# Compte-Rendu du GDR Turbulence (7-8 juin 1999, LEA Poitiers)

## PROGRAMME

## Sujet A : Quelques nouvelles méthodes de mesure

- Exposé d'introduction (Dominique Grésillon)
   Transformée de Fourier spatiale des champs turbulents aérodynamiques: son observation directe et les informations qu'on peut en attendre
- Discussion
  - Modérateur : Joël Delville

Compte-Rendu: Christophe Baudet, Sylvain Pietropinto, Laurent Brizzi et les intervenants.

### Sujet E: Structures cohérentes

- Exposé d'introduction (Marie Farge)
   Analyse et simulation en base d'ondelettes
- Discussion
   Modérateur : Jean-Paul Bonnet
   Compte-Rendu : Eric Lamballais, Véronique Fortuné, Laurent Brizzi et les intervenants.

## Sujet C: Interactions entre échelles

- Exposé d'introduction (Bernard Castaing) Interactions entre échelles
- Discussion
  - Modérateur : Yves Gagne

Compte-Rendu : Eric Lamballais, Sepand Ossia, Véronique Fortuné et les intervenants.

#### Sujet A : Quelques nouvelles méthodes de mesure

L'exposé d'introduction ainsi que la première intervention sont consacrés à l'analyse d'écoulements turbulents par diffusion d'ondes électromagnétiques (Dominique Grésillon) et acoustiques (Christophe Baudet). Ces deux techniques de mesure sont des méthodes spectrales : elles permettent d'accéder, de façon directe et non intrusive à une composante de Fourier Spatiale, caractérisée par un vecteur d'onde

spatial  $\vec{k}$ , défini en norme et en direction :  $\tilde{\vec{A}}(\vec{k},t) = \iiint_{V} dr^{3} A(\vec{r},t) e^{i\vec{k}\vec{r}}$  des modes hydrodynamiques

(longitudinaux ou acoustiques dans le cas de la diffusion de lumière, transverses ou de vorticité dans le cas de l'acoustique). Dans les deux cas, une opération de démodulation hétérodyne synchrone permet de réaliser une mesure continue dans le temps. Enfin, comme toute méthode fondée sur un processus de diffusion d'onde, ces méthodes sont des méthodes de mesures globales, comme l'indique l'opération de Transformée de Fourier Spatiale qui fait intervenir un volume d'intégration matérialisé par l'intersection des pinceaux émis et détectés. A ce titre, l'opérateur de transformation de Fourier Spatiale peut aussi être vu comme une opération de moyenne spatiale, pondérée par l'exponentielle complexe.

**Dominique Grésillon** (LPMI, Ecole Polytechnique, Paris) débute la session par un exposé d'introduction intitulé

*Transformée de Fourier spatiale des champs turbulents aérodynamiques : son observation directe et les informations qu'on peut en attendre* 

Le mécanisme de diffusion de la lumière (« *Light Scattering* » en anglais) est associé au caractère polarisable des atomes et molécules d'un milieu : en présence d'un champ électrique extérieur les atomes ou molécules d'un gaz ou d'un liquide on la propriété d'acquérir un moment dipolaire électrique. Pour de faibles amplitudes du champ électrique (régime linéaire) le moment dipolaire électrique est proportionnel au champ électrique. Si, de plus, le champ électrique, vu par le diffuseur est celui d'une onde électromagnétique  $E_i(\vec{r},t) = E_o e^{i(\vec{k}_i.\vec{r}-\omega_it)}$ , le moment dipolaire induit oscille à la pulsation  $\omega_i$  de l'onde incidente. Ce moment dipolaire électrique oscillant est à l'origine de l'émission d'une onde électromagnétique sphérique centrée sur le diffuseur. Lorsque l'on s'intéresse à la diffusion par une distribution de diffuseurs, caractérisée par une densité volumique  $n(\vec{r},t)$ , on parle de *Diffusion Collective de la Lumière* (DCL) et l'on montre que l'amplitude de diffusion  $E_s(\vec{r'},t)$  dans une direction faisant un angle  $\theta_{diff}$  avec la direction de propagation de l'onde plane incidente (angle de diffusion) est donnée par :

$$E_{diff}(\vec{r}',t) = -\frac{\alpha \omega_i^2}{4\pi c^2} \frac{e^{i(k_s \vec{r}' - \omega_i t)}}{|\vec{r}'|} \left[ \vec{n} \wedge (\vec{n} \wedge \vec{E}_o) \int_V dr^3 n(\vec{r},t) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \right]$$
Polarisailité
des diffuseurs
Onde é.m. sphérique
Transformée de Fourier
Spatiale

La géométrie d'une expérience de diffusion de lumière est la suivante : l'onde électromagnétique incidente est produite par un Laser, et la direction de diffusion est définie par la position relative du Laser et du photo détecteur mesurant l'intensité lumineuse diffusée. L'équation ci-dessus indique que l'amplitude de diffusée est linéairement reliée à la transformée de Fourier spatiale de la distribution (densité du fluide) des diffuseurs.



L'argument  $\vec{k} = \vec{k}_s - \vec{k}_i$  de cette transformée de Fourier spatiale sélectionne l'échelle caractéristique des fluctuations de densité analysées par le processus de diffusion (filtrage spatial passe-bande). Le volume V sur lequel est estimé la transformée de Fourier Spatiale est défini par l'intersection des

pinceaux lumineux émis (Laser) et détectés (surface du photo détecteur). A partir du spectre  $I_{diff}(\omega)$  de l'intensité diffusée, on obtient par transformée de Fourier inverse (variable temporelle) la fonction de corrélation temporelle du champ électrique diffusé (sous hypothèse de conservation des particules : conservation de la masse).

$$\left\langle E_{diff}(t) E_{diff}^{*}(t+\tau) \right\rangle_{t} = \left| E_{diff} \right|^{2} \left\langle \int_{V} dr_{1}^{3} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_{1}} n(\vec{r}_{1},t) \int_{V} dr_{2}^{3} e^{i\vec{k}\cdot(\vec{r}_{2}+\vec{\Delta}(\tau))} n(\vec{r}_{2},t) \right\rangle$$

 $\Delta(\tau)$  est le déplacement effectué par un élément de fluide situé au  $\vec{r}_2$  au temps t pendant le temps  $\tau$  (déplacement Lagrangien). La fonction d'auto corrélation peut être décomposée en un produit de 4 termes :

$$\left\langle E_{diff}(t) E_{diff}^{*}(t+\tau) \right\rangle_{t} = \left| E_{diff} \right|^{2} \cdot n_{o} V \cdot S(\vec{k}) \cdot \left\langle e^{\vec{k} \,\vec{\Delta}(\tau)} \right\rangle$$

où :

 $|E_{diff}|^2$ : Intensité lumineuse diffusée par un diffuseur unique  $n_o V$ : Nombre de diffuseurs dans le volume de diffusion analysé /|N| = N

$$S(\vec{k}) = \frac{1}{N} \left\langle \left| \sum_{j=1}^{N} e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}_{j}} \right| \right\rangle$$
: Facteur de Forme = 1 si gaz parfait (particules indépendantes)  
 $\left\langle e^{i\vec{k}\cdot\vec{\Delta}(\tau)} \right\rangle$  Fonction "Caractéristique" : statistique de la pdf du déplacement  $\vec{\Delta}(\tau)$  pendant le temps  $\tau$ 

#### <u>Spectre de Kolmogorov</u>

Le facteur de forme S(k) a été mesuré dans un jet turbulent compressible dans la zone de turbulence développée (diamètre du jet 1.5 mm, distance jet zone de mesure = 50 mm). L'évolution de  $S(\vec{k})$ en fonction k est obtenue en réalisant des mesures à plusieurs angles de diffusion  $\theta_{diff}$ , pour une valeur fixe de la longueur d'onde du Laser  $\left(\left|\vec{k}\right| = \frac{4\pi}{\lambda} \sin \frac{\theta_{diff}}{2}\right)$ . On observe une évolution en loi de puissance :  $S(k) \propto k^{-11/3} = \frac{k^{-5/3}}{k^2}$ , la correction k<sup>-2</sup> provenant du fait que, contrairement aux mesures effectuées avec un fil chaud, la mesure par diffusion est associée à la sélection d'un vecteur d'onde spatial de direction bien définie.

Dans une expérience de diffusion de lumière, il est possible d'accéder au signal de modulation instantanée au moyen d'une opération de démodulation synchrone hétérodyne. Cette opération de démodulation est réalisée par l'interférence sur le photo détecteur du signal de diffusion avec un oscillateur local (obtenu en dérivant une fraction de l'énergie de l'onde incidente au moyen d'un modulateur acousto-optique). Les signaux en quadrature et en phase avec l'onde incidente, ayant été enregistrés séparément, le signal de modulation complexe s(t) (modulation de phase et d'amplitude) peut ensuite être reconstruit :

$$E_{diff,\vec{k}}(\vec{k}_{s},t) = s(\vec{k},t).E_{i}(\vec{k}_{i},t) \quad s(\vec{k},t) = A(t)e^{i\varphi(t)}$$

Ce signal de modulation est relié directement à l'évolution temporelle du mode de Fourier spatial de vecteur d'onde  $\vec{k} = \vec{k}_{c} - \vec{k}_{i}$  des fluctuations de densités :

$$s(t) = \tilde{n}(\vec{k}, t) = \int dr^3 n(\vec{r}, t) e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

En écrivant n = n(s,P) (s est l'entropie spécifique et P la pression), on peut faire apparaître deux contributions aux fluctuations  $\tilde{n}$  de la densité :

$$\tilde{n} = \left(\frac{\partial n}{\partial s}\right)_{P=Cte} ds + \left(\frac{\partial n}{\partial p}\right)_{s=Cte} dp$$

$$\underbrace{Fluctuations is obares}_{"Modes Entropiques"} \underbrace{Flutuations is entropiques}_{"Modes Acoustiques"}$$

#### Densité de Probabilité des Fluctuations de vitesse dans les écoulements isobares

Dans les écoulements isobares (faible nombre de Mach), la densité spectrale des fluctuations du champ électromagnétique diffusé est associée à l'advection par l'écoulement des inhomogénéités de densité (d'échelle de taille définie par le vecteur d'onde de diffusion). La vitesse d'advection  $\vec{U}$  induit un décalage Doppler de la fréquence  $\omega$  de l'onde diffusée par rapport à la fréquence  $\omega_o$  de l'onde incidente :  $\omega - \omega_o = \vec{k} \cdot \vec{U}$ . La Densité Spectrale du signal diffusé est directement proportionnelle à la Densité de Probabilité de la composante de la vitesse dans la direction du vecteur d'onde de diffusion  $\vec{k} = \vec{k}_s - \vec{k}_i$ :

$$Pdf\left(U_{\vec{k}}\right) = \frac{S\left(\omega' = kU_{\vec{k}}\right)}{\int\limits_{-\infty}^{+\infty} S(\omega')d\omega'}$$

### <u>Modes Acoustiques dans les écoulements isentropiques</u>

Les fluctuations de densité associés aux modes acoustiques (modes hydrodynamiques longitudinaux :  $\hat{\vec{v}}(\vec{K},t) / / \vec{K}$ , se déplacent à la vitesse du son c<sub>s</sub> et la fréquence Doppler correspondante est alors  $\omega_{Dopp} = \pm \vec{k}.\vec{C}_s$  avec  $\vec{C}_s = \frac{C_s}{K}\vec{K}$  (interaction photon-phonon). La densité spectrale des fluctuations du champ électromagnétique permet d'accéder à la signature de l'amplitude des ondes acoustiques, à leur diagramme angulaire de rayonnement et à leur vitesse de phase : relation de dispersion des modes acoustiques engendrés par l'écoulement. Dans ce cas le choix d'un vecteur d'onde spatial de diffusion  $\vec{k} = \vec{k}_s - \vec{k}_i$  permet de sélectionner le vecteur d'onde spatial  $\vec{K}$  du mode acoustique (sélection de la longueur d'onde acoustique, et de la direction de propagation).

En pratique, le spectre du signal de diffusion révèle la présence simultanée des deux modes : le mode Entropique centré sur la fréquence Doppler  $\omega_{Dopp} = \vec{k} \cdot \vec{U}$  et les deux modes Acoustiques centrés sur les deux fréquences Doppler :

$$\rho_{Dopp} = \vec{k}.\vec{C}_s + \vec{k}.\vec{U}et \ \omega_{Dopp} = -\vec{k}.\vec{C}_s + \vec{k}.\vec{U}$$

associés à la propagation d'ondes acoustiques de vitesse de phase  $C_s$  se propageant dans des directions opposées :



<u>Figure :</u> Exemple de spectres de diffusion de lumière obtenu pour un jet gazeux turbulent, pour deux configurations de mesure : vecteur d'onde de diffusion perpendiculaire et parallèle à la direction de l'écoulement moyen (axe du jet). L'angle de diffusion utilisé dans ces expériences est de l'ordre d'une à quelques dizaines de mrad et la longueur d'onde de l'ordre du  $\mu$ m (Laser CO2 infrarouge, ou laser visible).

### • Analyticité du Signal de Diffusion, Phase et Vitesse de Convection

L'écart Doppler associé à l'effet Doppler  $\omega_{Dopp} = \vec{k}.\vec{U}$ , se traduit par une modulation linéaire de la phase du signal :  $\varphi(t) = \vec{k}.\vec{u}(t).t$ . La distribution de vitesse peut donc être reconstruite à partir du signal de dérivée de la phase du signal de diffusion.

Le caractère analytique du signal de diffusion  $z(t) = x(t) + i^*y(t)$  peut être établi à partir des identités suivantes :

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{i\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{y(t') - y(t)}{t' - t} dt' \\ y(t) = -\frac{1}{i\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(t') - x(t)}{t' - t} dt' \end{cases}$$

On montre alors en écrivant s(t) sous la forme  $s(t) = \rho(t)e^{i\varphi(t)}$  que  $\left|\vec{k}.\vec{u}(t)\right| = \frac{d\varphi(t)}{dt} - TC\left\{\frac{1}{\rho(t)}\frac{d\rho(t)}{dt}\right\}$ 

où TC{f(z)} est la transformation de Cauchy de la fonction analytique f(z) de la variable complexe z=x+iy définie par :

$$\hat{F}(z) = TC\{f(z')\} = \frac{1}{2i\pi} \oint_{c} \frac{f(\tilde{z})}{\tilde{z} - z'} d\tilde{z} \forall \text{ le contour fermé C entourant } z'$$

Si on connaît f(z) sur l'axe réel (z=x+i0) et si f(z) est analytique, alors f peut être évaluée en tout point z<sub>o</sub> du plan complexe par :  $f(z_o) = \frac{1}{2i\pi} \oint_{x,y=0} \frac{f(x)}{x - z_o} dx$ .

**Christophe Baudet** (LEGI, Grenoble) intervient pour présenter une autre méthode spectrale fondée sur la diffusion cohérente d'ondes acoustiques ultrasonores par les écoulements turbulents. Cette seconde méthode présente de fortes analogies avec la première, en particulier en ce qui concerne sa mise en œuvre expérimentale (démodulation hétérodyne synchrone) et l'interprétation des caractéristiques de modulation de phase et d'amplitude (effet Doppler). La différence essentielle entre diffusion d'ondes électromagnétiques et diffusion d'ondes acoustiques réside dans la nature des diffuseurs. On montre, en utilisant l'équation de conservation de la masse, que la diffusion de lumière, sensible aux fluctuations de densité du fluide, permet d'accéder aux modes hydrodynamiques

longitudinaux. En effet, après une Transformation de Fourier sur le temps et l'espace, l'équation de conservation de la masse conduit à  $n(\vec{k},\omega).(\vec{U}.\vec{k}-\omega)-n_o\vec{k}.\vec{u}(\vec{k},t)=0$ , soit :

$$\vec{k}.\vec{\tilde{u}}(\vec{k},\omega) = \frac{\omega - \vec{U}.\vec{k}}{n_o} \tilde{n}(\vec{k},\omega)$$

En revanche, la diffusion d'ondes acoustiques permet d'accéder à l'évolution temporelle d'un mode de Fourier Spatial du champ de vorticité  $\vec{\nabla} \vec{u}_{vort} = 0, \vec{\nabla} \wedge \vec{u}_{vort} = \vec{\Omega}(\vec{r},t)$  (mode hydrodynamique transverse). En notant  $\vec{u}_{vort}(\vec{k},\omega)$  la transformée de Fourier spatiale du champ de vitesse associée au

champ de vorticité, on déduit de ce qui précède que :

$$\begin{cases} \vec{k} \cdot \vec{u}_{vort}(\vec{k}, \omega) = 0\\ \vec{u}_{vort}(\vec{k}, \omega) = -i \frac{\vec{k} \wedge \tilde{\Omega}(\vec{k}, \omega)}{k^2} \end{cases}$$

Le mécanisme de diffusion d'une onde acoustique par une distribution de vorticité  $\Omega(\vec{r},t)$  résulte du caractère non-linéaire de l'équation de Navier-Stokes, mais ici encore une analogie peut être établie avec la diffusion d'une onde électromagnétique par une espèce polarisable. Les ingrédients essentiels du mécanisme physique de diffusion du son par une distribution de vorticité sont les suivants. Un vortex isolé induit en son voisinage un champ de vitesse analogue au champ magnétique induit par une distribution de courant. De même, une distribution de vorticité fluctuant à la fréquence  $\omega$ , induit en son voisinage un champ de vitesse oscillant à la même fréquence. Ce champ de vitesse oscillant, agissant comme un terme source, conduit à l'émission d'une onde acoustique de même fréquence  $\omega_{c}$ . Par ailleurs, le théorème de Kelvin énonce que le champ de vorticité  $\hat{\Omega}(\vec{x},t)$  est advectée à la vitesse locale  $\vec{V}(\vec{x},t)$  de l'écoulement. L'analogie avec la diffusion de lumière est donc la suivante : une onde acoustique de fréquence  $\omega_{0}$  induit localement un champ de vitesse oscillant à la même fréquence. La vorticité de l'écoulement fluctue à son tour à la fréquence  $\omega_{a}$  et réémet une onde acoustique de fréquence  $\omega$  proche de  $\omega_{\alpha}$  (l'écart de fréquence  $\delta\omega=\omega$  -  $\omega_{\alpha}$  résultant des contributions de fréquence caractéristique  $\delta \omega$  du champ de vorticité et de l'effet Doppler associé à l'advection du champ de vorticité par l'écoulement turbulent). La sommation cohérente (prise en compte des termes de phase associés à la position relative des diffuseurs) des ondes acoustiques réémises par chaque élément de vorticité conduit à l'expression de l'amplitude de diffusion acoustique (moyennant une approximation de linéarisation de Born) :

$$p_{diff}(\omega) = p_{inc}(\omega_o) \cdot \pi^2 i \frac{-\cos(\theta_{diff})}{1 - \cos(\theta_{diff})} \frac{v e^{i\omega D/c}}{c^2 D} (\vec{n} \wedge \vec{r}) \cdot \vec{\tilde{\Omega}}_{\perp}(\vec{k}_{diff}, \omega - \omega_o)$$

L'équation précédente indique que dans l'espace de Fourier temporel (variable  $\omega$ ), l'amplitude diffusée est la convolution de l'amplitude incidente et du mode de Fourier spatio-temporel  $\vec{\Omega}_{\perp}(\vec{k}_{diff}, \omega)$ . En repassant dans l'espace temporel, on en déduit que l'évolution du mode de Fourier temporel  $\vec{\Omega}_{\perp}(\vec{k}_{diff}, t)$  de la composante du champ de vorticité perpendiculaire au plan défini par les vecteurs d'onde acoustiques incidents et détectés  $(\vec{n} = \frac{\vec{k}_i}{k_i} et \vec{r} = \frac{\vec{k}_d}{k_d})$  peut être obtenu par une simple opération de démodulation du signal de diffusion (la référence ou l'oscillateur local étant l'onde acoustique incidente).



Compte tenu de la linéarité des transducteurs acoustiques utilisés et des fréquences utilisées (typiquement de 1 kHz à 300 kHz dans l'air), la démodulation hétérodyne est effectuée numériquement après échantillonnage des signaux diffusés. En outre, La diffusion cohérente d'ondes acoustiques est une méthode non perturbative, qui permet donc d'accéder de façon directe et continue

au cours du temps à l'évolution temporelle d'un mode de Fourier spatial  $\tilde{\Omega}_{\perp}(\vec{k}_{diff},t)$  d'une composante bien définie du champ de vorticité de l'écoulement cible.

#### <u>Résolution spectrale vs résolution spatiale</u>

Toute mesure, fondée sur la diffusion d'ondes, réalise de façon directe une sélection d'échelle spatiale associée au choix d'un vecteur d'onde spatial de diffusion (moment de transfert  $\vec{q}_{diff} = \vec{k}_d - \vec{k}_i$ ) bien défini. La direction et le module de  $\vec{q}_{diff}$  sont fixées respectivement, par la position relative des dispositifs de production et de détection des ondes et par le choix de l'angle de diffusion  $\theta_{diff}$  et de la fréquence  $\omega_a$  de l'onde incidente (monochromatique) :

$$\vec{q}_{diff} = \frac{1}{c} (\omega \vec{r} - \omega_o \vec{n}) \cong 4\pi \frac{\omega_o}{c} \sin\left(\frac{\theta_{diff}}{2}\right) \frac{\vec{r} - \vec{n}}{|\vec{r} - \vec{n}|}$$

Il existe un nécessaire compromis entre résolution spectrale et résolution spatiale. En effet, la résolution spectrale  $\delta q_{diff}$  dépend de la précision avec laquelle est sélectionné l'angle de diffusion  $\theta_{diff}$ . L'incertitude  $\delta \theta_{diff}$  est liée aux effets de diffraction associés à la taille finie L de l'émetteur et du détecteur  $\delta \theta_{diff} \cong \frac{\lambda}{L} = \frac{2\pi}{kL}$ . On en déduit :

$$\delta q_{diff} = \frac{\omega_o}{c} \cos\left(\frac{\theta_{diff}}{2}\right) \delta \theta_{diff}$$

Soit finalement :  $\delta q_{diff} \approx \frac{1}{L}$  ou encore :  $\delta q_{diff} \cdot L \approx 1$  (relation d'incertitude).

Le signal complexe (après démodulation) s(t) délivré dans une mesure par diffusion peut donc être assimilé à une opération de filtrage spatiale passe-bande ; la fréquence spatiale du filtre (fréquence centrale) étant donnée par  $\vec{q}_{diff}$  et la bande passante  $\delta q_{diff}$  par la dimension transverse des faisceaux (optiques ou acoustiques) :

$$s(t) = \int_{q_x = q_{diff} - \delta q/2}^{q_x = q_{diff} + \delta q/2} dq_x \int_{q_y = -\delta q/2}^{q_y = \delta q/2} dq_y \int_{q_z = -\delta q/2}^{q_z = \delta q/2} dq_z \tilde{A}(q_x, q_y, q_z, t)$$

Dans une mesure ponctuelle comme l'anémométrie à fil chaud (hypothèse de Taylor), il n'y a pas de sélection du vecteur d'onde transverse :

$$s_{ponct}(t) = \int_{q_x = q_{diff} - \delta q/2}^{q_x = q_{diff} + \delta q/2} dq_x \int_{q_y = -\infty}^{q_y = \infty} dq_y \int_{q_z = -\infty}^{q_z = \infty} dq_z \tilde{A}(q_x, q_y, q_z, t) \ o\dot{u} \ q_x = \frac{\omega}{\langle U \rangle} \ (Hyp. \ Taylor)$$

Ainsi, une mesure par diffusion offre un moyen naturel de dissocier les comportements temporels et spatiaux du champ de vecteur analysé. Cependant cette sélection d'échelle se fait au détriment de la

résolution spatiale (relation d'incertitude). En turbulence, cette perte de résolution spatiale n'est pas forcément gênante : on ne cherche pas à savoir où sont localisés les événements (par exemple structures cohérentes, turbulence homogène) mais plutôt à suivre leur dynamique temporelle.

En étudiant la statistique (pdf) des signaux de diffusion d'un jet turbulent, nous observons une tendance vers un comportement gaussien lorsque la taille L des détecteurs acoustiques devient supérieure à l'échelle intégrale (longueur de cohérence) de l'écoulement (de l'ordre d'une dizaine de cm).

#### • Evolution temporelle de la phase et de l'amplitude des signaux de diffusion

La figure ci-dessous, est un exemple d'évolution temporelle et spectrale des signaux de diffusion obtenus pour un jet d'air turbulent axisymétrique développé  $(R_{\lambda} \approx 500, \langle U \rangle \approx 6m / s, L_o \approx 15 cm, \lambda \approx 6 mm, \eta \approx 150 \mu m)$ , pour un vecteur d'onde spatial aligné avec l'écoulement moyen, de module correspondant à une échelle de la zone inertielle.

L'évolution temporelle de l'intensité (carré de l'amplitude) du signal proportionnel à l'enstrophie de l'écoulement au vecteur d'onde :  $\left|\tilde{\Omega}_{\perp}(k_x = q_{diff}, k_y = 0, k_z = 0, t)\right|^2$  révèle le comportement intermittent (définition naïve) de cette quantité.

Le spectre temporel de l'enstrophie présente une forme gaussienne. La forme gaussienne du spectre est une conséquence directe de l'advection du champ de vorticité par l'écoulement turbulent. On peut extraire trois informations distinctes de ce spectre :

- La fréquence (écart Doppler) du maximum de l'amplitude diffusée (fréquence la plus probable), relié à la vitesse moyenne de l'écoulement :  $\omega_{\text{max}} = \vec{q}_{diff} \langle \vec{u}(t) \rangle_t$
- La largeur (variance de la gaussienne)  $\delta \omega = \sigma_{\omega} = q_{diff} \sigma_{u_x}$ , reliée à la largeur de la distribution des vitesses (taux de turbulence)

Ces résultats sont confirmés par l'évolution linéaire de  $\omega_{\text{max}} et \sigma_{\omega}$  observée en faisant varier  $q_{diff}$  (variation de la fréquence  $\omega_{\circ}$  de l'onde acoustique incidente à un angle de diffusion  $\theta_{\text{diff}}$  constant, ici  $\theta_{\text{diff}}=60^{\circ}$ ) et par le fait que la forme et les valeurs de la vitesse moyenne et de variance sont en parfait accord avec les mesures effectuées au centre de la zone de mesure avec une sonde à fil chaud.



Sur la figure a) nous avons également indiqué (traits en pointillés), le temps correspondant à l'advection dans le volume de mesure de dimension voisine de 15 cm, à la vitesse moyenne de 6m/s

d'un objet. Il est intéressant de noter que ce temps est significativement supérieur à la durée (temps de vie ) des objets détectés par diffusion.

La dernière information que l'on peut extraire de l'estimation de la densité spectrale du signal de diffusion est celle relative à l'amplitude de diffusion totale au vecteur d'onde spatial considéré.

#### <u>Spectre de l'enstrophie : Kolmogorov</u>

Après avoir réalisé plusieurs acquisitions successives de signaux de diffusion pour différentes fréquences  $\omega_0$  de l'onde acoustique incidente (à un angle de diffusion  $\theta_{diff}$ ), correspondant à autant de vecteurs d'onde spatiaux, l'amplitude de diffusion totale est calculée en intégrant l'aire sous le spectre de forme gaussien. On accède ainsi à une estimation de la moyenne temporelle (relation de Parseval) de l'enstrophie au vecteur d'onde considéré :

$$Enstro(K) = k^{2} \left\langle \left| \Omega(\vec{k}, t) \right|^{2} \right\rangle_{t} = k^{2} \int \left| \Omega(\vec{k}, \omega) \right|^{2} d\omega$$

Le spectre spatial d'enstrophie (fonction du vecteur d'onde spatial) peut ainsi être reconstruit point par point et présente l'allure ci-dessous :



Le spectre  $\Omega(K)$  est représenté avec une compensation par K<sup>1/3</sup>, avec le spectre E(K) de l'énergie cinétique déterminé par anémomètrie à fil chaud (compensé par K<sup>-5/3</sup>). Ce spectre révèle l'existence d'un domaine de variation en loi de puissance, l'exposant 1/3 étant celui que l'on obtient par un raisonnement dimensionnel de type K41 (plus simplement :  $\vec{\Omega} = \vec{\nabla} \wedge \vec{u}$  donc  $\tilde{\Omega}^2(K) \approx K^2 \tilde{u}^2(K)$ ). Un écart significatif à la loi de puissance d'exposant +1/3 est observé au voisinage de l'échelle spatiale  $\lambda$  (K $\lambda$ •1). Un comportement identique est rapporté dans des expériences de diffusion acoustique analogues (sur une plage restreinte de vecteurs d'onde), effectuées dans l'eau, sur l'écoulement de von-Kármán entre disques rotatif en géométrie confinée (intervention J-F. Pinton ENS-Lyon). Ayant effectué des mesures acoustiques à différents nombre de Reynolds, J-F. Pinton attribue cette accroissement significatif de la section efficace de diffusion à la signature de vortex de Burgers, avec un cœur de diamètre voisin de l'échelle de Taylor  $\lambda$  (évolution de la position résonance en  $R_a^{1/2}$ ). Une autre interprétation, est proposée par C. Baudet : citant les travaux de T.S. Lundgren et de P.G. Saffman sur un modèle de vortex spiraux, il note la très forte ressemblance du spectre d'enstrophie obtenu expérimentalement avec les modélisations proposées par Pullin et Saffman. Dans ce dernier modèle, l'accroissement localisé du spectre d'enstrophie est dû à une transition entre un comportement inertiel (vortex spiraux) et un comportement diffusif (vortex de Burgers), à rapprocher d'un effet de type « Bottleneck ».

On remarque également, qu'à grand vecteur d'onde (zone dissipative), le spectre présente un comportement gaussien :  $Enstro(K) \propto e^{-\eta^{2}K^{2}}$  (ajustement en traits pointillés sur la figure), avec une échelle de coupure dissipative  $\eta' \cdot 8\eta_{\text{kolm}}$ . Cette observation est conforme au caractère diffusif de la vorticité aux petites échelles, mais n'est pas observé sur le spectre de l'énergie E(K).

Du point de vue expérimental, soulignons que la détermination du spectre spatial de l'enstrophie présente un certain nombre de difficultés et de limitations. La plus grande difficulté provient de la nécessité de déterminer la fonction de transfert (Gain en fonction de la fréquence) de la chaîne de mesure acoustique :

amplificateur de puissance/émetteur/propagation/détecteur/amplificateur de charge Par ailleurs le domaine des fréquences de travail (fréquences acoustiques) est limité vers les basses fréquences par la taille des transducteurs et vers les hautes fréquences par les phénomènes d'absorption (conductivité thermique et viscosité). On retrouve le même type de problèmes, en diffusion de lumière où les expérimentateurs « calibrent » leur banc de diffusion de lumière au moyen de suspensions de billes de latex mono disperses, pour réaliser des mesures de section efficace quantitative. Dans le cas de la diffusion acoustique, nous ne sommes pas en mesure, pour l'instant de déterminer la section efficace de l'enstrophie de façon absolue : nous ne nous sommes intéressés qu'à l'évolution relative de cette section efficace en fonction du vecteur d'onde spatial. Un moyen d'obtenir une mesure quantitative pourrait consister à effectuer des mesures de diffusion acoustiques sur des distributions de vorticité bien contrôlées, comme les allées périodiques de tourbillons dans l'instabilité de von-Kármán dans lesquelles la vorticité peut être mesurée indépendamment par anémomètrie à fil chaud. Johan Carlier (LML, École Centrale de Lille) présente des résultats de turbulence pariétale obtenus à partir de techniques de mesure de type PIV (pour *Particle Image Velocimetry*). Le principe de base de la PIV est de déterminer la vitesse locale et instantanée du fluide à partir de la connaissance de la distance parcourue par une particule transportée par l'écoulement pendant un intervalle de temps connu. Les trois types de configuration de mesure actuellement envisageables dans le cadre de la PIV sont rappelés :

- PIV « classique »: deux composantes de la vitesse sont mesurées simultanément dans un plan (cas 2D2C);
- PIV stéréoscopique: trois composantes de la vitesse sont mesurées simultanément dans un plan (cas 2D3C);
- PIV holographique : trois composantes de la vitesse sont mesurées simultanément dans un volume (cas 3D3C).

La dernière méthode est considérée comme en phase de développement et ne semble pas pouvoir être aisément disponible dans les laboratoires avant quelques années. La description de la mise en oeuvre des deux premières méthodes est détaillée pendant l'intervention. Des résultats de couche limite turbulente sont présentés. Le potentiel de la PIV pour un écoulement turbulent développé est clairement démontré. D'un point de vue statistique, les tensions de Reynolds déduites des mesures PIV sont conformes à celles obtenues par anémométrie à fils chauds, à l'exception des valeurs obtenues au voisinage immédiat de la paroi  $(y^+ < 10)$  qui restent inaccessibles à la PIV. Les limitations de la PIV font l'objet d'une discussion entre Johan Carlier, Jean-Paul Bonnet et Laurent Brizzi. Les points abordés concernent les conséquences de la résolution spatiale et temporelle encore assez limitée de la PIV. L'analyse spectrale des données présentées montre clairement que la résolution spatiale de la PIV ne permet pas de résoudre les échelles dissipatives. La limitation portant sur la résolution spatiale est considérée comme le résultat des effets d'intégration et de troncature spectrale propres aux mesures obtenues par PIV. D'un point vue temporel, la fréquence de coupure de la PIV  $(f_c \approx 15 \ Hz)$  reste également assez limitée par comparaison à l'anémométrie à fils chauds  $(f_c \approx 100 \ kHz)$  ou la LDV (pour Laser Doppler Velocimetry,  $f_c \approx$  quelques MHz). De plus, dans les cas PIV/LDV, ces fréquences de coupure théoriques restent supérieures aux fréquences pratiques, l'obtention d'une valeur étant conditionnée par la présence d'une particule dans le volume de mesure considéré. La situation devrait s'améliorer dans un futur proche par l'usage de caméras rapides autorisant des fréquences d'acquisition théoriques de l'ordre du kHz. Concernant les mesures en couche limite considérée dans le cas présent, la qualité des profils de tensions de Reynolds obtenus reste cependant un indicateur de précision de mesure très satisfaisant. Johan Carlier en déduit que les principales structures participant au comportement statistique de l'écoulement de couche limite sont correctement résolues.

Rodrigo Hernandez (LP, ENS-Lyon) présente un travail sur le contrôle des instabilités par détection de structures dites « super-cohérentes ». Le cas de l'instabilité de Bénard-von Karman (IBvK) est considéré. Les cas des contrôles passif ou actif (boucle de rétroaction pilotée par un capteur) sont distingués. Rodrigo Hernandez observe que les méthodes généralement utilisées sont non-locales, en ne permettant un contrôle de l'instabilité que sur une plage réduite du nombre de Reynolds. Dans ce contexte, une nouvelle méthode de contrôle local en temps et en espace est présenté. Celle-ci permet de rétablir le sillage stationnaire et de récupérer la symétrie du sillage brisée par l'IBvK sur une plage de valeurs assez importante du nombre de Reynolds.

La maîtrise de l'instabilité procure un contrôle du sillage qui s'avère très utile pour analyser certains aspects de sa dynamique propre (structures de vorticité). L'accès aux propriétés spectrales de ces structures est une tâche difficile avec les méthodes usuelles. Il devient réalisable en considérant l'interaction son-vorticité (voir également le texte relatif à l'intervention de Christophe Baudet). Le processus de diffusion du son par la vorticité a été mis en évidence expérimentalement, notamment dans le cas de l'allée de Bénard-von Kármán [9, 16, 7, 17] et a permis par ailleurs d'accéder aux propriétés spectrales su sillage.

Un aspect important de la vorticité concerne son rôle dans la caractérisation des structures localisées au sein des écoulements turbulents. Plusieurs travaux ont en effet démontré la présence de structures organisées au sein des écoulements turbulents sous la forme de tourbillons filamentaires [8, 13, 15]. Des mesures de

pression ont permis d'étudier leur propriétés statistiques et dynamiques et de montrer que les incréments de vitesse sur le coeur de ces tourbillons sont de l'ordre de l'échelle intégrale de vitesse de l'écoulement [13]. En turbulence expérimentale où numérique, la localisation de ce type de structures par des méthodes classiques est un problème compliqué [8, 19]. Par contre, les méthodes de diffusion du son se sont révélées très puissantes et précises en ce qui concerne la détection des structures filamentaires de vorticité. En particulier sur les écoulements turbulents dans l'eau, confinés entre deux disques contra-rotatifs, la diffusion d'ondes sonores de haute fréquence (MHz) renseigne non seulement sur la présence mais aussi sur les propriétés statistiques des tourbillons. Par exemple, en sondant l'écoulement à différentes longueurs d'onde, on observe une résonance de l'amplitude de l'onde diffusée lorsque la longueur d'onde sonore est comparable à l'échelle du coeur des filaments. Ceci permet de montrer que la taille caractéristique du coeur des filaments varie comme l'échelle de Taylor avec le nombre de Reynolds [13, 15].

Afin de comprendre l'effet de ces structures sur les propriétés statistiques de l'écoulement il est nécessaire d'analyser leur dynamique dans des écoulements simples. C'est le cas de la méthode de contrôle de l'IBvK pour engendrer des structures cohérentes comportant un petit nombre de tourbillons localisés (dipôles) étudiés par anémomètrie à fil chaud et par diffusion d'ondes sonores[4, 7].

La nouvelle méthode de contrôle de IBvK assure une maîtrise totale, statique et dynamique de l'instabilité.



FIG. 1 – Schéma de la méthode BPS. (1) Capteur de pression différentiel. (2) Disque délimitant l'extension du cylindre. (3) Distribution des micro-trous de diamètre  $d_{\epsilon}$ . (4) Vanne de contrôle électromagnétique.

Une application dynamique de cette méthode, permet de détacher simultanément deux tourbillons vers le sillage d'un cylindre en étant au-dessus du seuil (cf. Fig. 3). Ceux deux tourbillons contra-rotatifs constituent un dipôle de vorticité advecté par l'écoulement moyen.

La méthode, appelée bifurcation du point de stagnation (BPS), consiste à modifier la pression sur le point d'arrêt,  $p(\mathbf{r}_o, t)$ , à la surface d'un cylindre placé dans un écoulement laminaire. Une distribution des micro-trous de diamètre  $d_{\epsilon} \ll d$ , (d est le diamètre du cylindre) situés en  $\mathbf{r}_o$ , communique avec l'intérieur du cylindre, lequel est soumis à des variations temporelles de pression  $p_i(t)$ . Une variation rapide de  $p_i(t)$  sur une échelle de temps  $\tau$  inférieure au temps de croissance de IBvK (cf. Fig. 2) permet un contrôle des régions de recirculation attachées au bord en arrière du cylindre qui seront ensuite libérées vers le sillage créant un dipôle de vorticité. On parle d'un dipôle symétrique si l'angle d'inclinaison  $\alpha$  entre le vecteur normal à la surface d'un micro-trou et le vecteur vitesse à l'infini  $U_o$  est nul.

La pression acoustique diffusée,  $p_s$ , par le champ de vorticité  $\Omega(\mathbf{r}, t)$  est directement proportionnelle à la transformée de Fourier spatio-temporelle du champ de vorticité  $\Omega(\mathbf{q}, \nu)$ . En trois dimensions, sous l'approximation de Born, en champ lointain  $p_s$  s'écrit,

$$p_s(\mathbf{r},\nu) = p_o \frac{i\nu\pi^2}{c^2|\mathbf{r}|} e^{i2\pi\nu\mathbf{r}/c} \frac{\cos\theta}{1-\cos\theta} \sin\theta \,\Omega_z(\mathbf{q},\nu-\nu_o) \tag{1}$$

Le vecteur de diffusion est donné par la différence entre le vecteur d'onde diffusé et incident:  $\mathbf{q} = \mathbf{k}_d - \mathbf{k}_i$ .

Le dispositif expérimental (cf. Fig. 4) permet de réaliser une expérience de diffusion du son (instationnaire) par un dipôle de vorticité (cf. Fig.3). On utilise des transducteurs électro-acoustiques capacitifs large bande de type Sell carrés de dimension  $\Lambda = 15$  cm avec  $\Lambda \gg \lambda$ . L'émetteur et le récepteur, placés à l'extérieur



FIG. 2 – (a) Etapes du mécanisme de création d'un dipôle de vorticité en fonction de la pression  $p_i(t)$  de vide relatif à l'intérieur du cylindre. (b) Aspect d'un dipôle de vorticité en fonction de l'angle  $\alpha$ . La flèche indique la position du micro-trou.



FIG. 3 – (a) Visualisation par filets de fumée sur la création d'un dipôle de vorticité en fonction de la consigne en pression  $p_i(t)$  de vide relatif à l'intérieur du cylindre (d = 0.8 cm,  $d_{\epsilon} = 0.5 \text{ mm}$ ). Images 1 – 3 la vanne électromagnétique est ouverte  $p_i(t_o) = p_o$ , et l'instabilité est arrêtée mais deux loops fluides stationnaires apparaissent à l'arrière du cylindre. Images 4 – 7 la vanne se ferme pendant un temps  $\tau$  permettant la croissance des ceux deux régions de circulation. Sur l'image 8 la vanne s'ouvre brusquement libérant ces régions tout en créant un dipôle de vorticité advecté par le sillage. (b) Image par filets de fumée d'un dipôle de vorticité en régime d'advection par l'écoulement moyen vers le bas de la figure. Il a été crée avec un cylindre de diamètre d = 3 mm,  $d_{\epsilon} = 0.5 \text{ mm} \tau = 0.7 \text{ s}$  à Re = 65 et dont l'angle d'inclinaison vaut  $\alpha \sim +10^{\circ}$ . On interpose un chopper sur le faisceau laser afin que la nappe laser fonctionne en mode stroboscopique pour avoir une image nette de la structure

de la soufflerie, sont orientés sous un angle de diffusion  $\theta = 20^{\circ}$ . Selon les conditions expérimentales  $|\mathbf{q}| = 4\pi (\nu_o/c) \sin(\theta/2) (\mathbf{q} \cdot \hat{y} = 0) \mathbf{q}$  ne dépend que de la position relative entre  $\mathbf{k}_i$  et  $\mathbf{k}_d$  donc, q dépend de l'angle  $\theta$  et de la fréquence de l'onde incidente  $\nu$ .

Dans une configuration symétrique (émetteur-récepteur), on obtient l'image spectrale du dipôle, et tout particulièrement sa relation de dispersion  $\Omega(q, \delta \nu)$ . Suite à ces mesures, il semble qu'un modèle théorique de dipôle d'Oseen puisse décrire qualitativement la dynamique spectrale d'un dipôle de ce type. Dans les conditions expérimentales, le champ de pression incident est très faible (environ 1 Pa), par conséquent la structure du dipôle ne devrait pas être modifiée au cours de l'interaction son-vorticité, ce qui correspond à une diffusion de type élastique (pas d'échange d'énergie). Par contre, il est probable que l'orientation du dipôle ait un effet sur le champ de pression diffusé. Ceci se comprend si l'on regarde la position relative des



FIG. 4 – (a) Schéma du montage pour diffusion du son. (b) Image en deux dimensions de la relation de dispersion d'un dipôle  $\Omega(q, \delta \nu)$  à travers les contours de la densité spectrale de puissance en fonction du vecteur d'onde de diffusion  $q = 4\pi (\nu_o/c) \sin(\theta/2)$  et du décalage Doppler  $(f - \nu_o)$ . L'angle d'inclinaison est  $\alpha = +4^{\circ}$  et Re = 70.

tourbillons constitutifs du dipôle.

C'est la modification du champ de pression qui provoque un resserrement des lignes de courant au niveau du sillage et produit l'inhibition de IBvK pour 47 < Re < 150. Le type d'approche présenté ouvre des perspectives intéressantes pour l'étude des défauts topologiques fluides.

Johan Carlier (LML, École Centrale de Lille) intervient à nouveau pour considérer le problème du traitement d'une base de données PIV. Il rappelle que les champs de vitesse « brut » contiennent de nombreux vecteurs vitesse erronés (environ 5 %). Ces vecteurs se distinguent par leur norme et leur orientation excentrique par rapport aux vitesses valides environnantes. Ils nuisent à la continuité des champs de vitesse, et plus simplement à leur réalisme. La procédure de validation consiste tout d'abord à les identifier. Même si elle pose un problème de contrôle du processus de traitement, une procédure automatique est utilisée. Celle-ci présente l'avantage d'être rapide et reproductible contrairement à une procédure manuelle nettement plus fastidieuse et subjective. La méthode consiste à comparer chaque donnée mesurée à une donnée estimée à partir du signal lui-même. La validité de la mesure est basée sur un seuil de tolérance portant sur l'écart entre la donnée mesurée et estimée. La donnée estimée est évaluée en utilisant la valeur médiane des données adjacentes instantanées, sans utiliser une moyenne locale ou globale. La procédure de validation conduit à une absence d'information au sein des champs de vitesse (aux positions correspondant aux données non-validées). Cette absence peut être un obstacle à la mise en œuvre de traitements spécifiques tels que le calcul de la vorticité associée aux données. Il est alors utile de remplacer les vitesses déclarées fausses par une valeur approchée obtenue à l'aide d'une interpolation adaptative et itérative visant à minimiser le poids de l'erreur de mesure. Enfin, il est montré que le calcul des dérivées spatiales contenues dans le plan de mesure peut être pratiqué avantageusement en utilisant des schémas aux différences finies compacts (formulation implicite). L'usage de tels schémas s'avère très bénéfique grâce à leur erreur de troncature nettement plus faible que les schémas explicites classiques. De cette façon, malgré la résolution spatiale limitée de la PIV, une estimation assez réaliste du champ de vorticité peut être obtenue.

## Sujet E : Structures cohérentes

Marie Farge (LMD, ENS-Paris) débute la session par un exposé d'introduction intitulé

Analyse et simulation en base d'ondelettes

Marie Farge propose en premier lieu de distinguer les termes « structure » et « tourbillon » utilisés fréquemment pour qualifier l'organisation d'un écoulement. C'est la nature instantanée/moyennée de respectivement un tourbillon/une structure qui justifie une telle distinction. Ainsi, un tourbillon peut être identifié par visualisation instantanée tandis que la mise en évidence d'une structure nécessite une opération de moyenne sur l'écoulement (moyenne d'ensemble, mais aussi moyenne temporelle ou spatiale). Aucune distinction entre les cas homogène/inhomogène n'est alors nécessaire pour considérer un tourbillon.

Pour illustrer l'importance de la prise en compte de la dynamique des tourbillons, Marie Farge considère l'exemple de l'écoulement autour d'un barreau de section carrée. Dans ce cas, la perte d'information sur la présence des petits tourbillons au voisinage de l'obstacle fausse les résultats des calculs numériques considérant simplement les équations de Navier-Stokes moyennées.

Pour prendre en compte l'ensemble des tourbillons associés au mouvement turbulent, la démarche la plus simple consiste à résoudre de façon directe les équations de Navier-Stokes instationnaires. Les limitations de cette approche sont bien connues : le coût de calcul devient complètement dissuasif au delà d'un nombre de Reynolds assez faible devant ses valeurs typiques en situation industrielle ou géophysique.

D'un point de vue numérique, le problème est donc de définir une base optimale permettant d'exprimer une solution physiquement réaliste à grand nombre de Reynolds pour un coût accessible. Pour définir cette base, Marie Farge propose de partir du principe que les tourbillons sont le « moteur » de la dynamique de l'écoulement et que l'intermittence est directement liée à leur présence. Les avantages de la décomposition en ondelettes pour représenter un état turbulent sont ensuite détaillés pendant la présentation.

La bonne adaptation des ondelettes pour la prise en compte des phénomènes intermittents est démontrée, avec des possibilités d'analyse, de compression d'information et même de simulation. Marie Farge insiste sur la possibilité offerte par les ondelettes pour décrire des événements rares et intenses. Ce type d'événement, considéré comme essentiel en turbulence, contribue très faiblement à une statistique basée sur la norme  $L^2$ , mais domine des statistiques d'ordre plus élevé.

Marie Farge présente des résultats de simulation directe de turbulence homogène isotrope 2D. Malgré l'absence des mécanismes d'étirement tourbillonnaire de nature 3D, une analogie peut être avancée entre la production d'enstrophie en 3D et de palinstrophie en 2D, les dynamiques correspondantes 2D/3D n'étant pas aussi éloignées qu'il est couramment supposé. A partir des données de simulation, le problème de la séparation partie cohérente/incohérente du mouvement est abordé. L'intérêt de la décomposition en ondelette pour effectuer cette distinction est montré.

La méthode présentée consiste à décomposer le champ de vorticité  $\omega$  en ondelettes puis à éliminer certains coefficients selon un critère aussi objectif que possible. Après élimination de ces coefficients, le champ ainsi filtré peut être reconstruit par transformation inverse. La partie conservée  $\omega_>$  est qualifiée de cohérente, le résidu  $\omega_<$  correspondant au champ de vorticité incohérent. Marie Farge propose de définir le critère de séparation vorticité cohérente/incohérente en partant de l'hypothèse que les tourbillons cohérents sont responsables du caractère non-Gaussien de la densité de probabilité de la vorticité, la vorticité incohérente restant distribuée de façon Gaussienne.

A partir de cette idée, une méthode d'extraction est présentée. La sélection des coefficients d'ondelette  $\tilde{\omega}$  à conserver s'effectue à partir d'un seuil  $\epsilon = (2 \langle \omega^2 \rangle \log N)^{1/2}$  où N est le nombre de points de grille du calcul, avec comme condition  $|\tilde{\omega}| > \epsilon$ . Une fois ce premier filtrage effectué,  $\omega_>$  et  $\omega_<$  sont reconstruits, puis un test sur le caractère Gaussien de  $\omega_<$  est pratiqué. Si celui-ci est jugé insuffisamment Gaussien, le procédé est itéré en modifiant le seuil  $\epsilon$  qui est redéfini à partir de  $\omega_<$ , soit  $\epsilon = (2 \langle \omega_<^2 \rangle \log N)^{1/2}$ . Le processus itératif est arrêté lorsque la partie  $\omega_<$  devient Gaussienne ou nulle. Les résultats obtenus par cet algorithme montre un excellent taux de compression puisque 0.7% des modes d'ondelette suffisent à reconstruire  $\omega_>$ , tout en conservant 99.2% de l'énergie, 94.3% de l'enstrophie et 55 % de la palinstrophie. Si approximativement le même pourcentage de modes est retenu dans le cadre d'une décomposition classique de Fourier, la conservation d'enstrophie et de palinstrophie est moindre avec respectivement 90.8% et 36%.

Des visualisations des champs  $\omega_{>}$  et  $\omega_{<}$  sont présentées, obtenues dans le cadre des décompositions de Fourier ou en ondelettes. Dans le cas du filtrage par ondelettes, la partie cohérente  $\omega_{>}$  présente des tourbillons similaires au champ total, en conservant leur caractère inhomogène. A l'inverse, le champ  $\omega_{>}$ filtré par Fourier présente un aspect nettement plus lisse que le champ total, avec des gradients nettement réduit. La situation est inverse pour le champ incohérent pour lequel le résidu du filtrage  $\omega_{<}$  présente un caractère lisse et homogène marqué dans le cas des ondelettes tandis que de forts gradients dans des régions localisés (présence de fortes inhomogénéités) sont observés dans le cas de Fourier.

Dans un contexte purement 2D, un critère plus objectif pour juger du caractère cohérent du mouvement d'un fluide peut être obtenu en s'intéressant à la relation entre  $\omega$  et la fonction de courant  $\Psi$  en chaque point de l'écoulement. On peut en effet associer à un mouvement cohérent la vérification d'une relation fonctionnelle entre  $\omega$  et  $\Psi$  du type  $\omega = F(\Psi)$  où F est appelée la fonction de cohérence. Une représentation des données numériques dans un diagramme ( $\omega, \Psi$ ) fourni un nuage de point dont le caractère peu dispersé peut être interprété comme la signature d'une forte composante cohérente du mouvement. Dans le cas des simulations présentées par Marie Farge, la dispersion des données incohérentes ne montre pas de corrélation particulière entre  $\omega_{\leq}$  et  $\Psi_{\leq}$  (à l'opposé des champs  $\omega_{>}$  et  $\Psi_{>}$ ). L'hypothèse de départ selon laquelle c'est bien la partie cohérente qui est conservée par l'opération de filtrage est donc très bien confirmée. Enfin, le caractère Gaussien de la densité de probabilité de  $\omega_{\leq}$  obtenu par filtrage en ondelettes est bien vérifié *a posteriori* sur les données numériques, la partie cohérente  $\omega_{>}$  conservant le caractère non-Gaussien du champ total.

Les résultats sont encore plus marqués quand les termes linéaires sont analysés. Le terme résolu (exprimés uniquement à partir des variables filtrées) s'avère moins Gaussien dans le cas du filtrage par ondelette et plus Gaussien par filtrage de Fourier. A l'inverse, le terme non-résolu obtenu dans le cadre de la décomposition en ondelettes est nettement plus Gaussien que celui déduit d'un filtrage de Fourier.

Marie Farge considère ce dernier comportement comme très avantageux dans le cadre de simulations calculant explicitement le mouvement cohérent tout en modélisant la contribution du mouvement incohérent. En effet, si les termes à représenter suivent une distribution Gaussienne, leur modélisation doit être *a priori* moins délicate. C'est l'un des avantages de l'approche proposée appelée CVS pour Coherent Vortex Simulation. L'idée est de simuler explicitement l'évolution de la vorticité cohérente  $\omega_{>}$  tout en modélisant statistiquement l'effet de la vorticité incohérente  $\omega_{<}$ . En appliquant le filtre par ondelette aux équations du mouvement, l'équation d'évolution de  $\omega_{>}$  peut être obtenue. Des résultats d'une simulation basée sur la résolution d'une telle équation filtrée sont présentés dans le cas d'une couche de mélange temporelle. Le calcul s'effectue en négligeant la contribution de la partie incohérente mais en choisissant un seuil  $\epsilon$  suffisamment faible pour justifier l'absence de modélisation. Dans ce cadre, le nombre de coefficients d'ondelette à retenir représente 8% du nombre de modes de Fourier nécessaire pour un calcul de précision similaire. Une meilleure compression pourrait être envisagée en choisissant un seuil moins contraignant mais en paramétrisant cette fois les effets des mouvements incohérents. Enfin, Marie Farge précise que l'extension de cette méthode au cas tridimensionnelle est envisageable, mais que la façon optimale d'extraire la partie cohérente d'une turbulence 3D comporte des difficultés algorithmiques encore assez délicates à résoudre.

Eric Lamballais (LEA, Poitiers) intervient sur le problème de la distinction entre les parties cohérente et incohérente du mouvement turbulent. En effet, dans l'exposé d'introduction, un critère portant sur la distribution des fluctuations est utilisé. Le mouvement incohérent est dans ce cas associé aux fluctuations de caractère Gaussien, l'écart par rapport à une distribution Gaussienne étant attribué à la composante cohérente du mouvement. L'écart observé en turbulence homogène isotrope se traduit alors par un caractère « sur-Gaussien » des fortes fluctuations. Les événements intenses de probabilité significative sont implicitement attribués aux structures cohérentes. Eric lamballais propose d'examiner le cas du canal plan turbulent pour lequel on peut observer dans les régions pariétales la tendance inverse. Des densités de probabilités des composantes longitudinale u', normale aux parois v' et latérale w' de la vitesse fluctuante ainsi que la pression fluctuante p' sont présentées. Les données sont issues d'une simulation numérique directe d'un canal turbulent à nombre de Reynolds modéré  $h^+ = 162$  (h: demi-hauteur du canal). Trois distances à la paroi sont considérées :  $y^+ = 2.5, 12, 162$ . La position  $y^+ = 2.5$  est choisie pour illustrer le comportement statistique de l'écoulement dans la zone de sous-couche visqueuse. La seconde valeur  $y^+ = 12$  correspond au pic du profil

d'énergie cinétique fluctuante. Enfin, la troisième position désigne le centre du canal (loin des parois). Au milieu du canal, malgré la faiblesse du nombre de Reynolds considéré, les densités de probabilité obtenues sont similaires à celles d'une turbulence homogène isotrope. Les fluctuations de vitesse v' et w' présentent un caractère plutôt Gaussien, tandis qu'une forte asymétrie dans la distribution des fluctuations de pression peut être observée. Seule la composante u' présente une allure particulière avec un peu d'intermittence dans les événements u' > 0. La situation est très différente plus près des parois, notamment dans la région où les fluctuations sont les plus fortes. Dans ce cas, la distribution de u' devient sous-Gaussienne. Pourtant, dans cette région de proche paroi, des structures cohérentes peuvent être identifiées sous la forme de courants longitudinaux de basse et haute vitesses (les « streaks ») alternés dans la direction latérale. La cohérence du mouvement doit ainsi être associée à des fluctuations longitudinales peu distribuées, les événements intenses étant finalement plus rares que si la distribution était Gaussienne. La cohérence devient dans ce cas de nature « sous-Gaussienne » en ce qui concerne u'. Les autres distributions sont finalement discutées, notamment la tendance de la distribution de p' à devenir symétrique au voisinage des parois.

Frédéric Moisy (LPS, ENS-Paris) reporte des résultats récents de deux études concernant les mesures de pression dans les tourbillons.

En collaboration avec le groupe d'E. Bodenschatz à Cornell University [1], une étude détaillée des filaments de vorticité en turbulence a été réalisée, utilisant la cavitation de bulles de vapeur dans l'eau comme mesure locale non intrusive du champ de pression. L'écoulement est généré entre deux disques contrarotatifs dans l'eau, dont la pression hydrostatique peut être amenée au voisinage de la pression de vapeur saturante. La visualisation des bulles de vapeur dans les régions dépressionnaires permet ainsi d'obtenir une coupe du champ de pression telle que  $p < p_v$ .

Les filaments naissent des instabilités de la couche de cisaillement médiane, et sont étirés-advectés axialement par l'écoulement de recirculation. La cavitation dans les régions de basse pression des structures filamentaires est observée par caméra rapide (400 Hz), permettant de caractériser les mécanismes de formation, d'amplification, d'interaction et d'instabilité (figure 5 à gauche) de ces filaments, avec accès à une mesure quantitative de la pression. Un photodétecteur, mesurant l'intensité lumineuse diffusée par les bulles de vapeur au centre de l'écoulement, donne accès à la probabilité cumulée de pression  $\wp(p < p_v)$ , permettant la mesure de l'aile négative de la distribution de pression en volume par une mesure non intrusive. Celle-ci est exponentielle (figure 5 à droite), et son évolution avec le nombre de Reynolds est en bon accord avec la prédiction dimensionnelle.



FIG. 5 – A gauche : Exemple de filament, dans l'axe des disque, subissant une instabilité. A droite : Probabilité cumulée de pression  $\wp(p < p_v)$  déduite de la fraction de temps durant laquelle des bulles de vapeur sont présentes au centre de l'écoulement, pour trois fréquences de rotation.

Des résultats d'une étude actuellement en cours, en collaboration avec P. Petitjeans à l'ESPCI, sont ensuite présentés, concernant des mesures de pression au voisinage d'un tourbillon intense [2, 3]. Celui-ci est généré entre deux disques en rotation tournant dans le même sens, munis de trous de pompage permettant d'imposer un étirement axial (figure 5 à gauche). Le pompage est assuré par une différence de pression (siphon), et la dépression au cœur du tourbillon est déduite du débit effectif de pompage.

Une première partie de cette étude a permis de mettre en évidence l'existence de deux régimes de tourbillons: à faible fréquence de rotation des disques, l'étirement amplifie la vorticité, et la dépression dans le tourbillon varie linéairement avec cette fréquence. Puis, au-delà d'une fréquence seuil, la rotation sature l'étirement (bidimensionalisation), et l'intensité du tourbillon n'augmente plus avec la fréquence de rotation des disques. Cette transition peut être interprétée en terme de dynamique étirement/vorticité.

Une seconde partie consiste à étudier la pertinence des mesures de pression en volume au voisinage de ce tourbillon intense, à l'aide d'un capteur piézoélectrique de taille réduite. L'objectif est en particulier de caractériser l'influence du capteur (taille, position) sur les dépressions mesurées. Une telle mesure est possible dans ce cas (figure 6 à droite), mais que la présence du capteur déstabilise le tourbillon et diminue considérablement les dépressions mesurées. Les implications de ces observations sur les mesures de pression en volume dans les écoulements turbulents sont finalement discutées.



FIG. 6 – A gauche : Dispositif expérimental; Le colorant est injecté par les tubes. Capteur de pression, monté à l'extremité d'un tube capillaire (étiré à un diamètre de 100  $\mu$ m). A droite : Signal de pression typique enregistré par ce capteur. Chaque chute correspond au passage du tourbillon au voisinage du capteur (précession).

## Sujet C : Interactions entre échelles

Bernard Castaing (CRTBT, Grenoble) commence par un exposé d'introduction du même titre que la session. En premier lieu, Bernard Castaing s'interroge sur le problème crucial de la définition d'une échelle pertinente. Dans le titre Interactions entre échelles, de quelles échelles parle-t-on? Pour que le terme interaction ait un sens, on suppose implicitement que les échelles sont définies avec un certain degré d'indépendance. Bernard Castaing prend l'image d'un train d'onde utilisé comme outil de mesure d'une échelle. Deux échelles  $l_1$  et  $l_2$  peuvent être associées à sa forme. Selon le rapport entre  $l_2$  et  $l_1$ , la mesure de l'échelle sera alors plus ou moins locale dans l'espace physique et donc plus ou moins apte à décrire l'intermittence. Par exemple, dans le cas de la décomposition de Fourier, une description de l'intermittence est à exclure.

Une deuxième question est ensuite posée : de quelle interaction parle-t-on? D'un point de vue dynamique, ces interactions peuvent être modélisées par des modèles en couche (une échelle par couche), distinguées selon leur portée (locale ou non-locale) ou observées à travers les structures cohérentes. D'un point de vue statistique, l'analyse des corrélations spatio-temporelles peut fournir des renseignements précieux, mais la question se pose de la hiérarchie de l'influence des différents phénomènes sur ce type de quantité. Ainsi, il semble que l'étendue des structures cohérentes en termes d'échelles soit tellement importante qu'il reste difficile de les déceler à travers l'analyse d'une corrélation donnée. Eric Lamballais propose un contre exemple : la mise en évidence des courants de haute et basse vitesses en turbulence pariétale (les « streaks ») par l'analyse des corrélations en deux points sur la vitesse fluctuante longitudinale  $R_{u'u'}(\Delta z)$ .

Yves Gagne interroge l'assemblée sur les possibilités offertes par les statistiques de nature conditionnelles. Jean-Paul Bonnet intervient pour préciser le positionnement adopté dans ce type d'approche. Il s'agit de choisir un critère de sélection pour pondérer la statistique. On part ainsi d'un fort *a priori* sur la structure que l'on cherche à faire émerger de la turbulence de fond. La signature statistique obtenue est donc fortement induite par le choix de la condition utilisée. La technique VITA (Variable Integrated Time Average) est discutée. Pour une identification plus objective, la décomposition orthogonale est évoquée (voir l'intervention de Jean-Paul Bonnet reportée plus loin). Dans le cas des simulations numériques, d'autres critères (inaccessibles expérimentalement) semblent pouvoir fournir une image de l'organisation instantanée d'un écoulement turbulent tel le critère Q rappelé par Sepand Ossia. Malgré les nombreuses techniques disponibles, Bernard Castaing estime qu'aucune statistique ne peut être reliée directement à la présence des structures cohérentes. Pour clore la discussion, une référence est faites aux modèles de turbulence semi-déterministes qui s'appuient sur une décomposition mouvement cohérent/incohérent.

Bernard Castaing reprend son exposé en posant la question : l'intermittence doit-elle être associée à la présence des structures cohérentes ? En considérant un signal de vitesse linéaire par morceau constitué de sauts de vitesse  $\Delta v$ , Bernard Castaing propose un cas extrême où l'intermittence est bien crée par les structures cohérentes. Dans un cas plus conventionnel et plus physique, rien ne permet cependant d'affirmer que les structures cohérentes sont primordiales pour ce type d'effet.

Bernard Castaing revient sur les fondements expérimentaux du concept de l'intermittence. A partir de mesures d'une composante de vitesse déduite d'un seul fil chaud, un rappel sur les résultats obtenus par l'analyse statistique des incréments de vitesse est proposé.

La question de l'influence de la viscosité sur les échelles est tout d'abord considérée. Cette influence est-elle effective sur la totalité des échelles ou seulement sur une gamme? La représentation de la dérivée logarithmique des moments d'ordre 3 des incréments de vitesse vis-à-vis de la distance de séparation r obtenue pour différents  $R_{\lambda}$  montre un régime asymptotique lorsque  $r \to \infty$ . On peut donc considérer que les grandes échelles ne sont pas influencées de façon significative par la viscosité.

Bernard Castaing propose un modèle pour le quel les vitesses s'écartent les unes des autres par diffusion (noté  $\varepsilon$ ) dans l'espace des vitesses. En pos ant

$$\delta v = \int_0^t f(t') dt' \tag{2}$$

on obtient

$$\left\langle \delta v^2 \right\rangle = \int_0^t \int_0^t \left\langle f(t_1) f(t_2) \right\rangle \ dt_1 dt_2 \tag{3}$$

En partant d'une hypothèse de corrélation aux temps courts (qui est l'essence même de la diffusion et donc de Kolmogorov 41) du type

$$\langle f(t_1)f(t_2)\rangle = \varepsilon\delta(t_1 - t_2) \tag{4}$$

on en déduit

$$\left<\delta v^2\right> = \varepsilon t \tag{5}$$

De même, on peut écrire

$$r = \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} f(t_1') \ dt_1' \tag{6}$$

 $\operatorname{soit}$ 

$$\left\langle r^{2} \right\rangle = \int_{0}^{t} dt_{1} \int_{0}^{t} dt_{2} \int_{0}^{t_{1}} \int_{0}^{t_{2}} \left\langle f(t_{1}') f(t_{2}') \right\rangle \ dt_{1}' dt_{2}' \tag{7}$$

$$\left\langle r^2 \right\rangle \propto \varepsilon t^3$$
 (8)

La saturation des fluctuations de vitesse aux grandes échelles peut être décrite par une équation de Langevin

$$\delta \dot{v} = -\gamma \delta v + f \quad \longrightarrow \quad \delta v = \int_0^t e^{-\gamma (t-t')} f(t') dt'$$
(9)

 $\gamma$  est l'inverse du temps de retournement aux grandes échelles. Le lissage aux petites échelles :  $\delta v \propto r \longrightarrow \varepsilon_{eff} \propto r^2$ 

peut être décrit par un fit de Batchelor :  $\varepsilon_{eff} = \varepsilon \frac{r^2}{r^2 + \eta^2}$ 

Bernard Castaing fait remarquer que l'idée couramment avancée selon laquelle la théorie K41 implique que les statistiques soit gaussiennes à toutes les échelles est une idée fausse. En fait, la théorie K41 implique simplement la courte mémoire de f. Si f n'est pas gaussienne, cela induira un cumulant d'ordre 4 non nul pour la vitesse, qui croit proportionnellement à t.

$$\left<\delta v^4\right> = a_4 t + 3\varepsilon^2 t^2 \tag{10}$$

$$\frac{\langle \delta v^4 \rangle}{\langle \delta v^2 \rangle} = \frac{a_4}{\varepsilon} + 3 \left\langle \delta v^2 \right\rangle \tag{11}$$

En traçant  $\frac{\langle \delta v^4 \rangle}{\langle \delta v^2 \rangle}$  en fonction de  $\langle \delta v^2 \rangle$ , on constate que pour une gamme d'échelles, la courbe obtenue suit assez bien une droite de pente 3. La représentation de la pente elle-même ne montre pas véritablement de valeur plateau proche de 3. Bernard Castaing remarque que cet écart par rapport à 3 est la signature de l'intermittence. Il en conclu que la mise en évidence de ce phénomène repose sur « peu de chose »...

Ce peu de choses implique cependant une mémoire dans le processus de diffusion. Cette mémoire est en quelque sorte l'effet visible des interactions entre échelles. Pour les mettre en évidence, il faut d'abord se débarasser des effets statistiques triviaux.

Sepand Ossia (LEGI, Grenoble) présente une étude sur la modélisation du transfert inverse d'énergie et de pression. Il s'intéresse à l'organisation du champ de pression dans les grandes échelles d'un point de vue spectral. D'une manière genérale, du fait de la non-linéarité des équations de Navier-Stokes, ce type d'analyse nécessite la prise en compte des interactions non locales.

En appliquant l'hypothèse quasi-normale (QN) aux corrélations quadruples de vitesse, Batchelor (1951) avait démontré que pour un écoulement isotrope

$$E_{pp}(k,t) = \frac{k^2}{4\pi} \int_{\boldsymbol{p}+\boldsymbol{q}=\boldsymbol{k}} E(p,t) E(q,t) \frac{\sin^4 \beta}{p^4} d\boldsymbol{q} .$$
(12)

où  $\beta$  désigne l'angle du triangle formé par les vecteurs  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{p}$ ,  $\mathbf{q}$  qui fait face au côté p. E(k,t) et  $E_{pp}(k,t)$  représentent respectivement les spectres d'énergie cinétique et de variance de pression. Larchevêque a démontré que si les moments quadruples de vitesse sont remplacés par leurs valeurs EDQNM, l'équation (12) reste toujours valable. L'intégrale du terme de droite de (12) doit être effectuée dans l'espace ( $q_1, q_2, q_3$ ). Dans le système de coordonnées sphériques ( $\beta, q, \phi$ ),  $\phi$  étant l'angle qui repère le vecteur  $\mathbf{q}$  dans le plan de normale  $\mathbf{k}$ , on aura  $d\mathbf{q} = 2\pi q^2 \sin \beta \ d\beta \ dq$  et donc

$$E_{pp}(k) = \frac{k^2}{2} \int_0^\infty q^2 dq \int_0^\pi d\beta \ E(p) E(q) \frac{\sin^5 \beta}{p^4} \ . \tag{13}$$

Si on s'intéresse à la portion infrarouge du spectre de pression formée par les modes  $k \ll k_I$ , où  $k_I$  est le pic du spectre d'énergie, la contribution des modes q de l'ordre de  $k_I$  à l'intégrale double de l'équation (13) peut être évaluée à l'aide de développements limités en k/q

$$E_{pp}(k) = A_p \ k^2 \quad \text{où} \quad A_p = \frac{8}{15} \int_0^\infty \frac{E^2(q)}{q^2} dq \ .$$
 (14)

Il s'agit donc d'un spectre d'équipartition, indépendant du nombre de Reynolds et de la pente du spectre d'énergie dans les petits k. Cependant, on peut émettre des doutes sur la validité de l'hypothèse QN. En effet, il est bien établi que le modèle QN n'est pas approprié pour la détermination des échelles énergétiques. En fait, dans le cas présent, on n'applique pas directement la fermeture QN au spectre de pression, mais on aboutit plutôt à l'équation (12) en approximant les moments d'ordre 4 de vitesse par leurs valeurs QN. La vérification numérique de l'équation (14) peut se faire à l'aide de LES, afin d'accéder à des temps dynamiques longs. Les calculs réalisés, utilisant le modèle spectral dynamique pour la paramétrisation sous-maille, confirme l'apparition d'un spectre de pression en  $k^2$ , décroissant de façon monotone sur toutes les échelles.

En ce qui concerne le transfert inverse d'énergie, les fermetures en 2 points du type EDQNM ont contribué à une meilleure compréhension des interactions non locales et à la prédiction exacte du comportement statistique des grandes échelles. Sepand Ossia estime qu'il semble maintenant bien établi qu'un ingrédient essentiel au succès de la simulation des grandes échelles est la prise en compte du phénomène de transfert inverse (appelé couramment « backscatter »), d'un point de vue statistique et local (en temps et en espace). Malgré cela, la modélisation du backscatter d'une façon localisée souffre encore de multiples imperfections. Ainsi, dans le cadre d'une paramétrisation sous-maille ayant recours à l'hypothèse de Boussinesq, la tolérance très limitée des codes de calcul vis-à-vis de valeurs négatives prises par la viscosité turbulente rend très délicate la prise en compte du backscatter. La modélisation du flux sous-maille dans l'espace physique requiert une formulation plus complexe: on peut envisager qu'une approche tensorielle du flux sous-maille, assistée de viscosité turbulente déduite des modèles de fermeture en 2 points, conduira à la robustesse et l'amélioration de la prise en compte du transfert inverse.

Jean-Paul Bonnet (LEA, Poitiers) rappelle que la notion de structure a été, dès l'origine, liée à la notion d'approches conditionnelles. Il rappelle à ce sujet quelques une des méthodes de détection généralement utilisées lors de ces approches conditionnelles. En s'appuyant sur les résultats issus du « Workshop on Eddy Structure Identification » de Poitiers (1992) (voir la référence [24]), il montre que des techniques aussi diverses que les ondelettes, la Reconnaissance de forme, celles basées sur la vorticité, ou de type WAG (Window Averaged Gradient), ou encore de type méthodes délocalisées, conduisent globalement à la détection des mêmes événements. Après avoir rappelé que ces méthodes sont sujettes plus ou moins à la notion de seuil, il souligne l'intérêt de méthodes moins empiriques, en particulier celles basées sur les corrélations en deux points.

Les principaux apports de la POD (Proper Orthogonal Decomposition), qui permet de conduire à une décomposition de l'écoulement au sens de « l'énergie turbulente », sont rappelés à cette occasion : description

avec un nombre limité de modes, pouvant conduire par une procédure de type projection de Galerkin à une équation simplifiée de la dynamique des « structures organisées » de l'écoulement. On accède notamment dans cette démarche à un sytème d'équations différentielles ordinaires, d'ordre *a priori bas*, décrivant la dynamique de l'évolution des coefficients de projection. Pratiquement parlant, ces coefficients de projection ne peuvent être obtenus que si le champ complet est connu (pour pouvoir procéder à la projection). Une méthode, pouvant pallier cette contrainte est présentée. Cette méthode « complémentaire » (entre POD et estimation stochastique linéaire (LSE)) est alors illustrée par les résultats, particulièrement parlant, obtenus par Faghani (IMFT), où une estimation de l'évolution des premiers modes POD est obtenu à partir d'uniquement deux points de mesure.

Joël Delville (LEA, Poitiers) intervient alors pour préciser et illustrer le formalisme et limitations des approches « stochastiques » dans la caractérisation des structures. Pour illustrer ces concepts, le cas de la couche de mélange plane turbulente est systématiquement considéré. Dans ces approches, les corrélations spatiales ou spatio-temporelles en deux points sont intensivement utilisées. Les bases des deux approches de référence sont alors rappelées, à savoir la POD et la LSE.

La POD consiste à rechercher les valeurs propres et directions propres du tenseur des corrélations en deux points. Ce problème revient à résoudre une équation intégrale aux valeurs propres de Fredholm ayant pour noyau le tenseur de corrélations en deux points. On se place alors dans le contexte de Hilbert (norme L2). Un des intérêts de cette décomposition est souligné : le caractère très fortement réducteur de cette décomposition. Pour les directions à caractère inhomogène, un nombre très réduit de modes peut effectivement être suffisant. Toutefois, les « modes » obtenus ne sont pas forcément ce que l'on pourrait appeler de manière conventionnelle des « structures ». Dans le contexte de la simulation, il est rappelé que cette décomposition conduisant à une base (au sens de l'opérateur projection introduit), toute réalisation de l'écoulement peut *a priori* être projetée. Cette décomposition est la décomposition optimale pour représenter l'énergie. La convergence obtenue est monotone, on notera toutefois que d'une manière générale, les tensions croisées de Reynolds convergent plus rapidement que la trace du tenseur de Reynolds.

Pour pouvoir appliquer cette décomposition, il est fait appel implicitement à la notion de découplage temps/espace. On peut alors écrire :

$$u(x,t) = \sum_{n} a_n(t)\phi^{(n)}(x),$$

où  $a_n(t)$  est la contribution instantanée du mode n, et  $\phi$  est la fonction propre, purement spatiale, correspondante. Une des conséquences de cette propriété de décomposition est que s'il n'existe pas de valeur propre singulière ou nulle. Ceci revient à introduire une notion très importante : les propriétés de l'écoulement sont vérifiées individuellement par les fonctions propres (continuité, conditions limites, ...).

La POD peut, dans un certain sens, être comparée à une décomposition « harmonique » appliquée à des directions pour lesquelles une décomposition de Fourier n'est pas applicable (par exemple en cas de perte de l'un des caractères périodique, homogène ou stationnaire requis pour une décomposition de Fourier). C'est sûrement là un des intérêts principaux de la POD, intérêt qui sera d'autant plus grand qu'un caractère inhomogène sera plus prononcé. La principale différence formelle entre les modes POD et Fourier tient, pour une direction homogène, dans leur « tri ». Dans le cas d'une direction, où une décomposition de Fourier est possible, les modes POD ne sont rien d'autre que les modes de Fourier. Les deux « spectres » obtenus seront tout à fait comparables si ce n'est que le spectre POD sera trié par niveau d'énergie, alors que le spectre Fourier sera lui trié par « échelle ». Une illustration de ce concept peut être obtenue en considérant les « spectres de valeur propre » (répartition de l'énergie contenue dans chacun des modes). Une loi de comportement (loi en puissance -11/9) peut être mise en évidence et semble universelle. Cette tendance peut, pour la représentation POD, être considérée comme le pendant du -5/3 de Fourier.

Une analyse plus détaillée peut être menée des approches de type POD-Galerkin. En particulier J. Delville rappelle que dans ce type de modélisation, la troncature utilisée en ne conservant qu'un faible nombre de modes (nécessité de prendre en compte la contribution des modes négligés) ainsi que la traduction nécessaire du couplage entre champ moyen et modélisé conduisent à des problèmes de fermeture, proches de ceux rencontrés en Simulation aux Grandes Echelles. En particulier il montre que, si ce type d'approche a pu être appliqué avec un certain succès dans les écoulements où la viscosité moléculaire joue un rôle prépondérant (p.ex. écoulement de proche paroi dans le modèle dynamique de Aubry *et al.* (1988) [23]), ce type d'approche s'avère beaucoup moins simple de mise en oeuvre dans le cas des écoulements libres. Par exemple, une fermeture basée sur la viscosité tourbillonaire, a pour conséquence de conduire à un sytème dynamique ne pouvant « vivre ».

Pour clore son exposé, Joël Delville fait un bref rappel de l'estimation stochastique linéaire (LSE). Celleci consiste à estimer « linéairement » l'état global d'un champ en réponse à l'état d'un certain nombre de paramètres  $(N_p)$ . Ce problème peut pour la LSE s'écrire d'une manière symbolique :

$$\tilde{u}(x,t) = \sum_{p=1}^{N_p} a_p(x) P_p(t)$$

On notera que si la forme est assez voisine de celle introduite par la POD, cette estimation n'est en rien une décomposition. Les coefficients  $a_p(x)$  sont obtenus en résolvant, indépendamment pour chaque x, un système d'équations linéaires faisant intervenir les corrélations entre les valeurs du champ à estimer et les paramètres conditionneurs  $P_p(t)$ :

$$\langle u.P_n \rangle = \sum_p a_p \langle P_p(t).P_n(t) \rangle$$

Quelques exemples d'estimations sont présentés qui visualisent de manière parlante les possibilités d'extraction que ce type d'approche autorise. En particulier une illustration très étonnante est fournie, où un champ de vitesse instantané  $\tilde{u}_i(x, y, t)$  i = 1, 2 est estimé dans la zone cisaillée d'un jet, à partir de la seule connaissance de la répartition longitudinale instantanée de la pression hydrodynamique dans le champ proche du jet.

Rémy Berthet (LP, ENS-Lyon) présente des résultats concernant la diffusion d'une onde ultrasonore par une zone de vorticité modélisée par un tourbillon 2D isolé. Le problème étudié se résume aux éléments de la figure 7 : une onde plane de longueur d'onde  $\lambda$  est tirée sur une zone de taille L contenant des vortex de taille caractéristique l. On observe la diffusion de l'onde incidente à une distance R de la distribution de vorticité.



FIG. 7 – Les différents paramètres du probléme étudié

• Modèlisation dans la limite des grandes longueurs d'onde

Une onde sonore  $(\rho_s^{(0)}, v_s^{(0)})$  de fréquence  $\nu$  interagissant avec un écoulement incompressible  $\overrightarrow{U_0}$  obéit à l'équation de Lightill (1951):

$$\frac{\partial^2 \rho_s}{\partial t^2} - c^2 \Delta \rho_s \simeq 2\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \left( U_{0_i} v_{s_j} \right)$$

Cette équation est obtenue à partir de l'équation de conservation de la masse et de l'équation d'Euler, avec les deux approximations  $M \ll 1$  ( $M = U_0/c_{son}$  est le nombre de Mach basé sur l'écoulement) et  $T_U \gg 1/\nu_s$   $(T_U \text{ est la période caractéristique de l'écoulement})$ . Cette deuxième approximation signifie que l'on considère l'écoulement comme gelé lors de son interaction avec l'onde sonore.

Dans l'approximation du champ lointain  $R \gg L$ , on peut définir l'amplitude de diffusion  $f(\theta)$  à 2 dimensions par

$$\rho_s = \rho_s^{(0)} + f(\theta) \frac{e^{-i\omega r/c}}{\sqrt{r}}.$$

La première approximation de Born, consistant à ne prendre en compte qu'une seule interaction entre l'onde sonore et l'écoulement moyen, appliquée à l'équation de Lightill en remplaçant  $v_{s_j}$  par  $v_{s_j}^{(0)}$ , conduit à

$$f(\theta) \propto \cos(\theta) \cot(\theta/2) \tilde{\Omega}_z(\vec{k}_R - \vec{k}_0)$$
 [Fabrikant (1983); Lund et Rojas (1989)]

où  $\tilde{\Omega}_z(\vec{k})$  est la transformée de Fourier spatiale de la vorticité,  $\vec{k}_0$  le vecteur d'onde de l'onde incidente et  $\vec{k}_R$  le vecteur d'onde dans la direction d'observation  $\theta$ .

Dans la limite des petits angles, i.e. pour  $\|\vec{k}_R - \vec{k}_0\| \ll 1$ , la transformée de Fourier de la vorticité se met sous la forme

$$\tilde{\Omega}_z(\vec{k}) \simeq \tilde{\Omega}_z(\vec{k}=\vec{0}) + \vec{k} \cdot \frac{\partial \Omega_z}{\partial \vec{k}} \bigg|_{\vec{k}=\vec{0}} + \ldots = \Gamma + i\vec{k} \cdot \vec{P} + \ldots$$

en introduisant la circulation  $\Gamma$  de l'écoulement et son moment dipolaire  $\overrightarrow{P}$ . Ainsi, pour de petits angles et pour des distributions de vorticité à circulation non nulle,  $f(\theta) \propto \operatorname{cotan}(\theta/2)$ , ce qui conduit à une divergence de l'amplitude de diffusion dans la direction incidente.

#### • Simulation numérique directe

Afin de mieux comprendre, entre autres choses, ce problème de divergence aux petits angles, une simulation numérique directe 2D de l'écoulement d'un fluide compressible et non visqueux a été réalisée. Le code numérique, mis à disposition par J.L. Estivalezes (Onera-Cert, Toulouse), résout les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie à l'aide d'un schéma explicite aux différences finies, d'ordre 4 en espace et 2 en temps. Il a été utilisé par L. Gamet (1996) pour modéliser des jets. Ce code donne de bons résultats pour la propagation d'une onde sonore, avec très peu de dispersion numérique et une très faible dissipation numérique, comme le montre les résultats de la figure 8 obtenus dans le cas de la propagation à deux dimensions d'une onde plane sur 128 points de maillage (correspondant à une distance de propagation de 0.1)



FIG. 8 – Analyse de la dispersion et de la dissipation du code numérique

La situation présentée sur la figure 9 est simulée numériquement dans le cas d'un tourbillon d'Oseen à circulation non nulle ( $\omega = \omega_0 \exp(-\alpha r^2/L^2)$ ,  $\Gamma = \omega_0 \pi L^2/\alpha$ ) et dans le cas d'un tourbillon de Taylor à circulation nulle ( $\omega = \omega_0 (2 - r^2/L^2) \exp[0.5(1 - r^2/L^2)]$ ,  $\Gamma = 0$ ).

Une attention particulière est portée au problème des conditions aux limites, afin d'obtenir des conditions aux limites non réfléchissantes pour le son se propageant dans le domaine de calcul. Le traitement effectué



FIG. 9 – La configuration de la simulation numérique

sur les frontières du domaine a mis en évidence des réflexions sur les parois en moyenne inférieures à 5% de l'amplitude incidente.

Afin d'accéder à la densité diffusée  $\rho_{scat}$ , la procédure de calcul suivante est appliquée :

- 1. préparation de la condition initiale;
- 2. évolution de l'écoulement seul  $\rightarrow \rho_{ecoul}$ ;
- 3. évolution de l'onde incidente seule (milieu au repos)  $\rightarrow \rho_{inc}$ ;
- 4. évolution de l'onde sonore avec l'écoulement  $\longrightarrow \rho$ .

On peut ainsi accéder à la densité sonore  $\rho_{son} = \rho - \rho_{ecoul}$  et à la densité diffusée  $\rho_{scat} = \rho_{son} - \rho_{inc}$ .

- $\bullet \ R\acute{e}sultats$ 
  - Cas du vortex d'Oseen :



FIG. 10 – Densité  $\rho_{scat}$  diffusée par un vortex d'Oseen pour  $\lambda = 10L$  et  $\lambda = 2L$ 

Aux grandes longueurs d'ondes, on constate l'absence de divergence de l'amplitude de diffusion aux petits angles (figure 11). De plus, dans les deux cas présentés  $\lambda = 10L$  et  $\lambda = 2L$  (figure 10), on observe une forte diffusion en aval, accompagnée d'un déphasage de l'onde diffusée, dû à un effet cinématique d'entraînement des ondes sonores par l'écoulement moyen.

- Cas du vortex de Taylor :

Aux grandes longueurs d'ondes, la figure 13 montre un très bon accord entre le résultat numérique et la prédiction théorique de Fabrikant. De plus, la structure du champ diffusé se rapproche d'une structure quadrupolaire, conformément à la structure du tourbillon ( $\Gamma = 0$  et  $\vec{P} = \vec{0}$ ) vue par l'onde sonore



FIG. 11 – Amplitude de diffusion  $f(\theta)$  pour un vortex d'Oseen dans le cas  $\lambda = 10L$ , après ajustement de la vorticité  $\omega_0$  pour comparer avec la prédiction théorique



FIG. 12 – Densité  $\rho_{scat}$  diffusée par un vortex de Taylor pour  $\lambda = 10L$  et  $\lambda = 2L$ 

incidente dans le cas d'une grande longueur d'onde (figure 12). Pour  $\lambda = 2L$ , le déphasage relaxe à mesure que l'on s'éloigne du tourbillon, car l'effet cinématique très important au niveau du cœur est compensé à l'extérieur, le tourbillon ayant une circulation globale nulle.



FIG. 13 – Amplitude de diffusion  $f(\theta)$  pour un vortex de Taylor dans le cas  $\lambda = 10L$ , après ajustement de la vorticité  $\omega_0$  pour comparer avec la prédiction théorique

## Références

- "Using cavitation to measure statistics of low-pressure events in large-Reynolds-number turbulence", A. La Porta, G.A. Voth, F. Moisy et E. Bodenschatz: Using cavitation to measure statistics of low-pressure events in large-Reynolds-number turbulence, soumis à *Phys. Fluid* (1999).
- [2] "Experimental evidence of a new type of stretched vortex", P. Petitjeans, J.H. Robres, J.E. Wesfreid et N. Kevlahan, Eur.J. Mech B/ Fluids, 17 (4), 549-560 (1998).
- [3] "Vortex dynamics investigation using an acoustic technique", S. Manneville, J.H. Robres, A. Maurel, P. Petitjeans, et M. Fink, Phys of Fluids, 11 (11), 3380–3389 (1999).
- [4] C. Baudet. Habilitation à diriger des recherches. Ecole Normale Supérieure de Lyon, Laboratoire de Physique, 1995.
- [5] R. D. Blevins. The effect of sound on vortex shedding from cylinders. J. Fluid Mech., 161, pp. 217, 1985.
- [6] B. T. Chu and L. S. G. Kovásznay. Non linear interactions in a viscous heat-conducting compressible gas. J. Fluid Mech., 3, pp. 494, 1958.
- [7] C. Baudet, S. Ciliberto and J. F. Pinton. Spectral analysis of the von Kármán flow using ultrasound scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 67(2), pp. 193, 1991.
- [8] O. Cadot, S. Douady and Y. Couder. Characterization of the low pressure filaments in a 3D turbulent shear flow. *Phys. Fluids*, 7, pp. 630, 1995.
- [9] P. R. Gromov, A. B. Ezerskii and A. L. Fabrikant. Sound scattering by a vortex wake behind a cylinder. Sov. Phys. Acoust., 28(6), pp. 452, 1982.
- [10] A. L. Fabrikant. Sound scattering by vortex flows. Sov. Phys. Acoust., 29(2), pp. 152, 1983.
- [11] R. H. Kraichnan. The scattering of sound in a turbulent medium. J. Acoust. Soc. Am., 25(6), pp. 1096, 1953.
- [12] K. Kwon and H. Choi. Control of laminar vortex shedding behind a circular cylinder using splitter plates. *Phys. Fluids*, 8(2), pp. 479, 1996.
- [13] S. Fauve, C. Laroche and B. Castaing. Pressure fluctuations in swirling turbulent flows. J. Phys. II France, 3, pp. 271, 1993.
- [14] F. Lund and C. Rojas. Ultrasound as a probe of turbulence. *Physica D*, **37**, pp. 508, 1989.
- [15] B. Dernoncourt, J. F. Pinton and S. Fauve. Experimental study of vorticity filaments in turbulent swirling flows. *Physica D*, 117(1/4), pp. 181, 1998.
- [16] J. F. Pinton. Mesure de vorticité par diffusion ultrasonore. Thèse de Doctorat, Université Claude Bernard Lyon I, Ecole Normale Supérieure de Lyon, Laboratoire de Physique, 1992.
- [17] J. F. Pinton and C. Baudet. Measurements of vorticity using ultrasound scattering. in Turbulence in spatially extended systems, Les Houches Series, 1993.
- [18] K. Roussopoulos. Feedback control of vortex shedding at low Reynolds numbers. J. Fluid Mech., 248, pp. 267, 1993.
- [19] J. Jiménez, A. A. Wray, P. G. Saffman and R. S. Rogallo. The structure of intense vorticity in isotropic turbulence. J. Fluid Mech., 255, pp. 65, 1993.
- [20] P. J. Strykowski and K. R. Sreenivasan. On the formation and suppression of vortex shedding at low Reynolds numbers. J. Fluid Mech., 218, pp. 71, 1990.

- [21] S. Taneda. Visual observations of the flow past a circular cylinder performing a rotatory oscillation. *Journal of the Physical Society of Japan*, **45**(3), pp. 1038, 1978.
- [22] C. J. Apelt, G. S. West and A. A. Szewczyk. The effects of wake splitter plates on the flow past a circular cylinder in the range  $10^4 < R < 5 \times 10^4$ . J. Fluid Mech., **61**, pp. 187, 1973.
- [23] Aubry N., Holmes P., Lumley J.L. & Stone E. (1988) "The Dynamics of Coherent Structures in the Wall Region of a Turbulent Boundary Layer". J. Fluid Mech. Vol. 192, 115.
- [24] J.P Bonnet, J. Delville, M.N. Glauser R.A. Antonia, D.K. Bisset, D.R. Cole, H.E. Fiedler, J.H. Garem, D. Hilberg, J. Jeong, N.K.R. Kevlahan, L.S. Ukeiley, E. Vincendeau, "Collaborative testing of eddy structure identification methods in free turbulent shear flows", *Exp. in Fluids* 5 (1998) pp. 197–225