

Statistiques lagrangiennes conditionnées dans les régions elliptiques et hyperboliques

B. Kadoch¹, D. del-Castillo-Negrete², W.J.T. Bos³, K. Schneider⁴

¹ M2P2 & Ecole Centrale de Marseille; ² Oak Ridge National Laboratory

³ LMFA & Ecole Centrale de Lyon; ⁴ M2P2 & CMI, Université d'Aix Marseille

GDR turbulence, Aussois, 10 Décembre 2009

On s'intéresse à l'influence du confinement sur le transport lagrangien dans des écoulements bidimensionnels. Une première étude [2] a montré que la génération de vorticité à la paroi, dans une turbulence en déclin, a une grande influence sur les statistiques lagrangiennes, avec notamment une augmentation de l'intermittence qui est visible sur les statistiques de l'accélération lagrangienne. On peut distinguer également dans ces écoulements des topologies très différentes. Le but de cette étude est de connaître l'influence de cette topologie sur les statistiques lagrangiennes et de comprendre l'influence de paroi dans ce contexte. Pour distinguer les différentes topologies, le critère de Okubo-Weiss [4] est calculé. Il permet de séparer l'écoulement en deux contributions: les régions elliptiques (tourbillonnaires) et les régions hyperboliques (déformations).

On considère ainsi des écoulements dans deux géométries distinctes: un domaine bip  riodique carré et un domaine circulaire avec des conditions aux limites de non-glissement. Les équations de Navier-Stokes incompressible, écrites sous sa forme adimensionnée dans sa formulation vorticité-vitesse, sont:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \omega - \nu \nabla^2 \omega - F_\omega = -\frac{1}{\eta_u} \nabla \times (\chi \vec{u}), \quad (1)$$

où $\vec{u} = (u_1, u_2)$ est la vitesse, $\omega = \nabla \times \vec{u}$ la vorticité et ν la viscosité cinématique. Le terme de droite dans (1) correspond au terme de pénalisation, qui permet d'imposer des conditions aux limites de non glissement [1, 3], et qui est absent dans le cas périodique. La fonction masque χ vaut 1 à l'extérieur du domaine fluide et vaut 0 dans l'écoulement où les équations de Navier-Stokes sont rétablies. La perméabilité η_u est choisie suffisamment petite pour un ν donnée afin d'assurer la convergence de la méthode de pénalisation. L'idée physique de la pénalisation est de considérer le milieu solide comme un milieu poreux et de faire tendre sa porosité vers zéro, ainsi la vitesse est nulle à la paroi. F_ω est un terme de forçage qui nous permet d'obtenir des écoulements statiquement stationnaires. Ce forçage est réalisé pour des petits nombres d'ondes. Le schéma numérique utilisé est basé sur une méthode pseudospectrale classique [3]. Les deux écoulements ainsi obtenus ont des Reynolds   quivalents.

Les quantités lagrangiennes sont calculées en interpolant les quantités eulériennes et sont intégrées en temps en utilisant un schéma de Runge-Kutta du second ordre. L'accélération lagrangienne est définie par la somme du

gradient de pression, du terme diffusif et des contributions du terme de forçage $\vec{a}_L = \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla p + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{f}$, avec $F_\omega = \nabla \times \vec{f}$. Les quantités lagrangiennes sont ensuite moyenn  es sur l'ensemble des particules.

Afin de comprendre l'influence de la topologie sur l'écoulement, on utilise le critère de Weiss défini par: $Q = 1/4(S^2 - \omega^2)$, où S est la déformation. Les régions tourbillonnaires correspondent à $Q < 0$ et les régions de déformation à $Q > 0$. A partir de ce critère, on sépare l'écoulement en trois contributions: les régions fortement tourbillonnaires $Q < -\sigma$, avec σ la variance de Q , les régions intermédiaires $-\sigma < Q < \sigma$, et les régions de forte déformation $\sigma < W$.

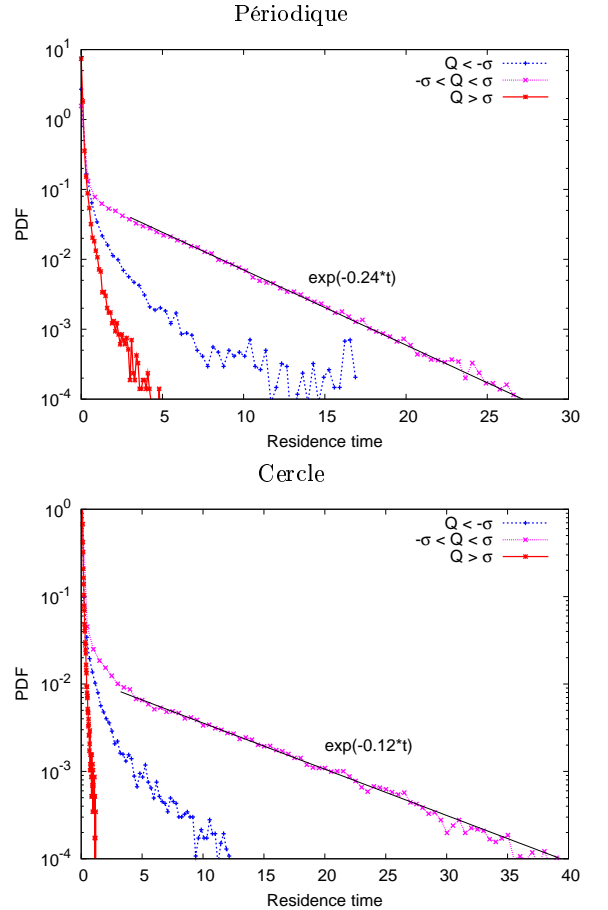


Figure 1: PDFs du temps de résidence conditionnées par la topologie.

Les figures 1 et 2 montrent les fonctions de densité de probabilité (PDFs) du temps de résidence pour les

géométries périodiques et circulaires. Le temps de résidence correspond à la durée pour une particule de rester dans une même région. Le comportement de cette quantité est différent d'une région à une autre. En effet, dans les régions intermédiaires les PDFs exhibent un comportement exponentielle tandis que dans les régions fortement tourbillonnaires et de fortes déformation les PDFs ont un comportement algébrique. Les durées pour qu'une particule reste dans une zone intermédiaire sont alors les plus longues. On pourra noter également qu'il y a très peu d'influence de la géométrie sur ces statistiques.

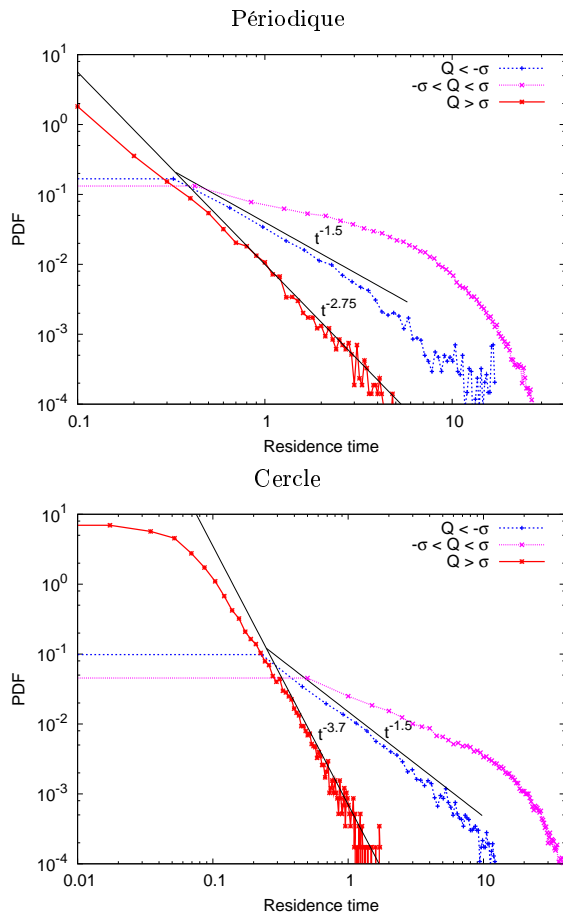


Figure 2: PDFs du temps de résidence conditionné par la topologie, en log-log.

La figure 3 montre les PDFs de l'accélération lagrangienne conditionnée par la topologie de l'écoulement. Pour les deux géométries, les régions fortement tourbil-

lonaires ainsi que les régions de fortes déformations sont responsables de l'accélération lagrangienne, tandis que la contribution des régions intermédiaires est plus faible.

En conclusion, la topologie de l'écoulement a une influence forte sur le temps de résidence avec des comportements de PDFs très différents. De plus, les parois ont une faible influence sur le comportement global du temps de résidence. L'accélération lagrangienne exhibe des valeurs plus fortes dans le cas confiné bien que les propriétés pour les deux écoulements sont équivalentes. Enfin, les statistiques conditionnées de l'accélération lagrangienne montrent que les valeurs extrêmes sont aussi bien dues aux régions tourbillonnaires qu'aux régions de déformation.

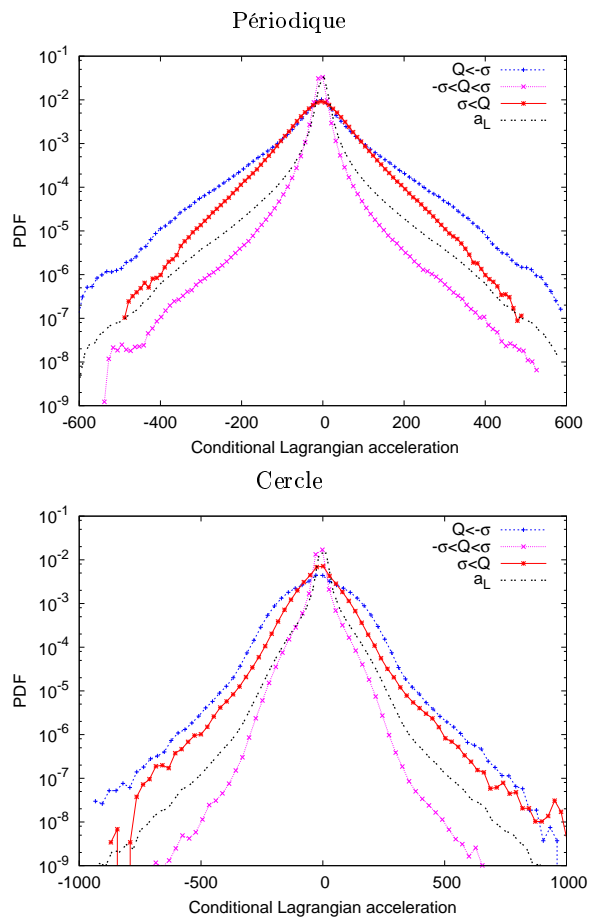


Figure 3: PDFs de l'accélération lagrangienne conditionnée par la topologie.

[1] P. Angot, C.H. Bruneau, P. Fabrie; A penalisation method to take into account obstacles in viscous flows. *Numer. Math.* **81**, 497, (1999).
 [2] B. Kadoch, W. J. T. Bos and K. Schneider; Extreme Lagrangian acceleration in confined turbulent flow. *Phys. Rev. Lett.* **100**, 184503, 2008.

[3] K. Schneider; Numerical simulation of the transient flow behaviour in chemical reactors using a penalisation method. *Comput. Fluids* **34**, 1223, (2005).
 [4] J. Weiss; The dynamics of enstrophy transfer in two-dimensional hydrodynamics. *Phys. D* **48**, 273, 1991.