

## GDR TURBULENCE

Cemagref, Rennes  
28-29-30 Janvier 2008

Couplage modèle - données

Analyse de données, traitement d'images, assimilation de données...

Session ouverte "étudiants" dédiée à leurs "soucis" d'ordre expérimentaux, numériques, théoriques

Compte-rendu de D. Heitz, J. Carlier & P. Héas

Les deux premières journées de cette réunion du GdR Turbulence ont été consacrées au couplage modèle-données. Les nouvelles approches expérimentales basées sur l'acquisition de séquences d'images à cadence élevée produisent une masse de données riche en information spatio-temporelle, dont la simulation des équations de Navier-Stokes peut tirer parti. A l'inverse, les données étant souvent bruitées ou incomplètes, les grandeurs à extraire de ces informations peuvent être estimées avec plus de robustesse et de cohérence, en s'appuyant sur les modèles de la dynamique des fluides. Dans ce contexte, le couplage modèles-données peut concerner la génération de conditions aux limites instationnaires pour les équations de Navier-Stokes, la simulation guidée par les données ou encore les méthodes de mesures basées sur les modèles. Dans tous ces cas l'assimilation de donnée constitue un outil de plus en plus incontournable. Un premier sous thème dédié à l'assimilation de données a été introduit par Eric Blayo, puis François Le Gland, tous les deux mathématiciens appliqués et spécialistes du domaine. Le second sous thème sur la génération de conditions aux limites instationnaires a été introduit par Christian Tenaud et Joel Delville. La troisième journée a été consacrée à des présentations sans thématique prédéfinie.

### 1 Analyse de données, assimilation, traitement d'images

Au cours du premier exposé d'introduction Eric Balyo présente **les bases de l'assimilation variationnelle de données**. A partir d'un exemple simple, il montre comment définir une fonctionnelle synthétisant les caractéristiques qu'il souhaite obtenir sur la solution optimale, en insistant sur l'aspect essentiel de cette définition. Le choix des normes utilisées dans cette fonctionnelle est crucial. Eric Blayo montre que si l'on choisit pour ces normes les inverses des matrices de covariance d'erreur (d'ébauche, d'observation...), l'approche variationnelle mène à l'estimateur BLUE bien connu en statistique. Pour les problèmes d'évolution, il introduit la méthode adjointe, qui permet de calculer à moindre coût le gradient de la fonctionnelle (mais au prix de l'écriture préalable du modèle adjoint). Enfin, Eric Balyo présente quelques exemples, afin d'illustrer la diversité des questions qui peuvent être abordées à l'aide de ces outils : assimilation de nombreux types de données, contrôle de différentes quantités (paramètres du système, erreurs...), analyse de sensibilité...

A la suite de cet exposé, Laurent Cordier demande si les modèles réduits ont déjà été abordés avec le formalisme de l'assimilation de données. Eric Blayo précise que différents travaux existent. A Grenoble (LEGI et LJK), ils ont regardé comment réduire l'espace dans lequel est effectuée la correction lors de l'assimilation de données (sans réduire le modèle). D'autres équipes (Navon et al. à FSU) étudient actuellement l'assimilation dans des modèles réduits. Comme pour le problème

seul de la réduction de modèle, la difficulté principale réside dans le choix du sous-espace dans lequel on va se placer. Enfin, récemment D'adamo et al. (J. of Turb, vol. 8, 2007) ont utilisé l'assimilation variationnelle pour construire un système dynamique réduit d'un écoulement turbulent.

Le second exposé, effectué par François Le Gland, présente **l'assimilation de données séquentielle et les méthodes de Monte Carlo**. François Le Gland détaille d'abord le principe de l'assimilation de données séquentielle dans un cadre bayésien assez général (comment combiner l'information a priori apportée par le modèle et l'information apportée par les données observées). Au passage, il nous éclaire sur les liens et les différences avec l'assimilation de données variationnelle (comment les variables de contrôles utilisées dans un cas correspondent aux bruits introduits dans l'autre cas). Il présente ensuite les méthodes de Monte Carlo avec interaction pour le calcul numérique de l'estimateur bayésien (filtres de Kalman d'ensemble vs. filtres particulaires). Enfin, François Le Gland montre comment appliquer ces méthodes quand le modèle *a priori* met en jeu des interactions de type champ moyen (par exemple dans l'estimation de champs de vitesse dans un mouvement fluide).

Christophe Baehr enchaîne par un exposé sur **le filtrage stochastique des mesures bruitées d'un fluide turbulent**. Considérant l'écoulement d'un fluide turbulent comme un flot stochastique discret, il propose une description probabiliste des mesures réalisées sur le fluide. Il obtient alors un processus à saut du type prédiction/correction familier des méthodes de filtrage non-linéaire. Cette modélisation permet ainsi d'aborder le filtrage des mesures faites sur un fluide turbulent. Pour le cas de l'observation des vitesses d'un fluide, Christophe Baehr utilise un modèle Lagrangien comme ceux développés par S.B. Pope. Le processus de filtrage nécessite alors un conditionnement des lois de probabilité à la série d'observation pour estimer les quantités Eulériennes de grandes échelles. Ce conditionnement à l'observation du noyau d'évolution Markovien constitue une nouvelle méthode de fermeture d'un modèle stochastique. L'algorithme d'estimation particulière à sélection génétique développé permet de présenter des applications de la méthode à des données simulées et réelles pour des écoulements géophysiques uni, bi ou tridimensionnels. La technique présentée permet alors d'obtenir une estimation à haute cadence de quantités caractérisant la turbulence.

Laurent Chevillard se demande si le repère considéré est Eulérien ou Lagrangien. Christophe Baehr précise qu'il s'agit de la trajectoire du capteur et que si le capteur est fixe on tombe sur le cas Eulérien. Laurent Chevillard s'interroge alors sur le calcul des spectres étant donné qu'on n'est ni dans un repère Lagrangien ni dans un repère Eulérien. Dans le cas présenté, le capteur étant fixe, les spectres sont estimés dans un repère Eulérien. Christophe Baehr complète sa réponse, en indiquant que la densité spectrale dans le cas général est celle du processus d'acquisition qui peut suivre n'importe quelle trajectoire. Alain Arnéodo demande alors dans quelle mesure, le modèle de Pope limité aux fonctions de structures d'ordre 2, est apte à caractériser des phénomènes d'intermittence. Le fait de considérer un modèle de Pope (sans prise en compte d'intermittence) conjugué avec une méthode d'assimilation non linéaire (particulière) permet de coller aux observations intermittentes. Christophe Baehr rajoute que c'est la capacité des particules à se brancher sur des différents points de l'espace des phases qui permet de suivre des épisodes intermittents. La discussion se poursuit sur le diamètre de boule mis en jeu dans la méthode et qui est constant. Christophe Baehr indique qu'une perspectives de son travail serait de rendre ce diamètre adaptatif en le reliant à des caractéristiques de la turbulence. Enfin une dernière question porte sur la relation entre les paramètres physiques et le diamètre des boules. Il est alors évoqué qu'il doit y avoir un lien entre le diamètre des boules et les covariances en assimilation variationnelle.

Un second exposé d'application des techniques d'assimilation séquentielle est effectué par Anne Cuzol sur le **suivi de champs de vitesse d'écoulements fluides par filtrage sto-**

chastique.

Thomas Corpetti présente des travaux mettant en œuvre **l'assimilation de donnée en météorologie**. Reconstruire la dynamique de l'atmosphère à partir de séquence d'image satellite est difficile en raison de la complexité des équations gouvernant la dynamique 3D de l'atmosphère, et parce que les observations satellites sont bruitées. Dans son exposé Thomas Corpetti détaille la façon dont il s'attaque au problème délicat de l'estimation – à partir de séquences d'images – de champs de vitesse cohérents et consistants en temps pour différentes hauteurs dans l'atmosphère. A partir d'une décomposition verticale de l'atmosphère, il propose deux estimateurs de mouvement atmosphériques distincts reposant sur différents modèles dynamiques multi-couches. Ces deux estimateurs utilisent l'assimilation de données variationnelle et sont appliqués sur des images satellites bruitées. Ces techniques permettent de reconstruire un état inconnu à partir d'un modèle dynamique et des données bruitées et incomplètes.

Une première question est posée par Alain Noullez sur l'avantage de la formulation div-curl par rapport à la formulation  $uv$ . Thomas Corpetti indique que du point de vue calculatoire, les modèles écrits en div-curl se manipulent mieux que sous leur forme  $uv$ . Une conséquence directe est que l'on n'a plus le problème de la mesure de la vortacité ou de la divergence à partir du champ de vitesse car ces quantités sont directement estimées. Dominique Heitz demande comment est calibrée la matrice de covariance. Thomas Corpetti précise que les matrices associées à la condition initiale et au modèle dynamique sont constantes diagonales. Leur valeur numérique sont fixées en fonction de la covariance de la vortacité et de la divergence. C'est le point délicat de ces méthodes. La matrice de covariance liée à l'observation (qui donne la confiance entre les données images et les mouvements mesurés) est liée aux gradients de l'image : quand ceux-ci sont faibles, on a une faible confiance en la mesure du mouvement résultant et inversement. ensuite une discussion s'engage sur le lien entre  $R$  (matrice de la covariance des erreurs sur les observations) et  $B$  (matrice de covariance de l'erreur sur l'état initial). Il s'avère que dans les travaux présentés par Thomas Corpetti, ce n'est pas modélisé car l'état initial provient d'une méthode extérieure. Cependant, cette méthode extérieure s'appuie sur les gradients de l'image donc on pourrait effectivement modéliser ce lien. Enfin, Alain Noullez s'interroge sur le rôle de la matrice  $R$  et sur la stabilité de la simulation rétrograde des équations de Navier-Stokes. Eric Blayo explique alors que la matrice  $R$  ne joue pas sur la stabilité elle même. Le modèle adjoint associé aux équations de Navier-Stokes est stable car le coefficient de diffusion est négatif. Le  $R$  influence le résultat de la simulation rétrograde mais n'influence pas la stabilité.

Pour terminer cette première journée Achim Wirth est revenu sur l'application des techniques d'assimilation séquentielle avec une présentation de **l'estimation des paramètres de friction dans un courant gravitaire océanique**. Il utilise un modèle de gravité réduite ainsi qu'un filtre de Kalman d'ensemble (EnKF) pour évaluer la faisabilité de l'estimation de paramètres de friction dans des courants gravitaires. Les deux lois de friction implémentées sont la friction de Rayleigh linéaire et une loi de trainé quadratique. Achim Wirth montre que la procédure d'estimation de paramètre détermine rapidement la friction totale mais prend plus de temps pour distinguer les deux lois. L'estimation de paramètres peut ainsi choisir la loi pertinente en estimant les coefficients présents dans de tels paramétrisations. Cliquez [ICI](#) pour télécharger la présentation de Achim Wirth.

La seconde journée démarre par une présentation de Dominique Heitz sur **l'estimation du flot optique dans les écoulements turbulents**. Dans le cadre de l'estimation du mouvement à partir de séquences d'images, deux familles d'approches se distinguent : d'un côté les techniques classiques de corrélation qui sont robustes mais fournissent des champs éparses ; de l'autre côté les méthodes de flot optique (ou méthodes variationnelles) qui s'appuient sur un modèle pour estimer un champ de vitesse dense (1 vecteur par pixel) et qui sont applicables sur plusieurs

types d'images (particules, scalaire). Le flot optique est défini comme le mouvement apparent permettant d'expliquer les variations d'une image à l'autre. Pour l'estimer on utilise un modèle d'observation (ou modèle d'attache aux données) reliant la luminance aux deux composantes du champ de vitesse apparent. Ce problème mal fermé ne permet que de mesurer la composante de vitesse suivant les gradients de luminance. Pour s'en affranchir l'approche globale proposée par Horn & Schunk (1981) consiste à estimer le champ de déplacement qui minimise une fonctionnelle d'énergie composée du terme d'observation et d'un terme de régularisation. Dominique Heitz montre l'importance du terme de régularisation dans la qualité des résultats, ainsi que le potentiel qu'offre ces approches pour introduire des *a priori* sur la dynamique des écoulements. Il présente un estimateur de flot optique dédié au mouvement fluide (Corpetti et al., Exp in Fluids, 2006). Plusieurs améliorations sont ensuite montrées : d'abord au niveau des méthodes numériques avec l'utilisation des différences finies mimétiques, puis au niveau de la robustesse par la construction d'un schéma combinant corrélation et méthode variationnelle, enfin au niveau de la consistance dynamique de la solution obtenue par l'utilisation d'une régularisation spatio-temporelle vérifiant les équations de Navier-Stokes. Plus de détails sur ces résultats peuvent être consultés sur le site du projet Européen FLUID (<http://fluid.irisa.fr>).

Yves Gagne engage une discussion sur l'incompatibilité apparente entre une régularisation globale effectuée sur l'image, et l'objectif d'améliorer l'estimation des petites échelles. L'explication est que l'on effectue une minimisation globale sur l'image d'une collection de problèmes joints de proches en proches par la régularisation. On peut ainsi améliorer l'estimation des petites échelles tout en assurant une cohérence globale de la solution. La décomposition de domaine et l'adaptation locale du paramètre de poids affecté à la régularisation sont des possibilités pour affiner l'estimation multi-échelle.

Patrick Héas enchaîne par une présentation d'**une technique de flot optique contrainte par les cascades d'énergie** pour améliorer l'estimation des petites échelles. Il montre comment introduire des *a priori* statistiques sur la turbulence dans les schémas d'analyse du mouvement dans les images. Pour cela il utilise les lois d'échelles des fonctions de structures qu'il introduit sous la forme d'un problème de minimisation sous contrainte. Il considère des incertitudes sur le modèle de cascade (prédictions de K41) et propose un apprentissage *a posteriori* des exposants des lois d'échelles. Une première validation de la méthode est montrée à partir d'une séquence d'images de particules dispersées dans une turbulence bidimensionnelle.

A la suite de l'exposé, Alain Noullez rappelle qu'en turbulence 2D, pour les fonctions structures d'ordre 2 l'exposant est 2 dans la cascade directe et identique dans la zone visqueuse, par conséquent avec ce type de contrainte on a tendance à lisser plutôt que d'imposer la cascade dans la zone intertelle. Laurent Chevillard suggère de tester la méthode sur un écoulement 3D de THI de façon à distinguer les contraintes appliquées, via les fonctions de structures, dans la zone inertielle et dans la zone visqueuse.

Llinca Nastase présente une **analyse des tourbillons de jets à l'aide d'un système PIV et d'une technique d'imagerie**. Dans le cas du jet rond, l'entraînement produit dans les régions de tresses est interrompu en présence d'anneaux de Kelvin Helmholtz qui écrasent les tourbillons secondaires et altèrent leurs effets d'induction. Au contraire, dans le cas du jet lobé, les anneaux de Kelvin Helmholtz sont segmentés ce qui autorise le développement de grandes structures longitudinales et améliore l'effet d'entraînement du jet.

## 2 Conditions aux limites instationnaires, modèles réduits

En première introduction à ce thème Christian Tenaud expose des travaux sur **la génération de conditions aux limites instationnaires dans le cadre des simulations aux grandes**

échelles.

Une seconde introduction est faite par Joël Delville qui présente des travaux sur la **génération de conditions d'entrée réalistes pour des simulations numériques instationnaires d'écoulements turbulents**. La stratégie consiste à générer, à partir de données expérimentales sous résolues temporellement et d'une approche de système dynamique d'ordre bas des conditions d'entrée représentative de la dynamique des structures à grande échelle de l'écoulement dans la section de mesure. Trois étapes sont nécessaires à une telle démarche : génération d'une base de donnée par mesure PIV stéréo sur deux plans décalés en temps ; construction d'un modèle d'ordre bas ; adaptation du maillage expérimental au maillage d'entrée de la simulation numérique. La méthode est validée sur le cas d'une couche de mélange plane turbulente. Yves Gagne demande quelle est le critère considéré pour fixer la charnière entre "mode dynamique" et "mode aléatoire". Joël Delville explique qu'il peut *a priori* traiter une centaine de modes mais qu'au delà cela pose un problème d'identification, lié à la dimension du problème à résoudre . Dans le contexte particulier de la PIV dual plane, il précise que pour évaluer l'importance du bruit il regarde les corrélations mode à mode entre les deux systèmes de PIV et observe en général une validité sur une quinzaine de modes, ce qui fixe une limite au nombre de modes pouvant être utilisés pour cette modélisation. Dans une approche de type PIV résolue en temps, on peut espérer utiliser plus de modes pour la partie "modèle dynamique".

Dans le cadre d'une modélisation réduite d'un écoulement, Martin Druon présente ses travaux sur la **modélisation d'écoulements fluides par approximation polynomiale**. La méthode proposée utilise des bases orthonormées de polynômes multivariés pour approximer des champs de vecteurs par une combinaison linéaire de ces fonctions polynomiales spécifiques. Ainsi, un champ de vecteur est caractérisé par sa base et quelques coefficients obtenus par sa projection sur cette base.

laurent Chevillard discute de la difficulté d'intégrer la notion d'incompressibilité dans la base. Martin Druon explique que cela ne pose pas de problème. Christophe Baehr demande ce qui a motivé le choix des polynômes, en comparaison à d'autres décompositions, comme par exemple les splines qui permettent de gérer la différentiabilité aux bords. Martin Druon justifie le choix des polynômes par la simplicité et la rapidité des calculs.

### 3 Thème divers

Laurent Chevillard détaille ses recherches sur la **déformation fluide récente pour les simulations des grandes échelles en turbulence**.

Pablo Cobelli présente une **nouvelle méthode de profilométrie par projection de franges pour mesurer en tout point la hauteur de la surface libre d'un liquide**. Cette technique de profilométrie optique consiste à projeter un réseau de franges sinusoïdales de caractéristiques connues sur la surface libre et à observer l'image projetée dans une autre direction. La déformation de la surface introduit une modulation locale de la fréquence du réseau de franges. L'analyse de l'image du réseau déformé est réalisée par une méthode de mesure spatiale de phase dans l'espace Fourier. Ce déphasage est directement relié à la hauteur du fluide. Le contenu de l'image dans l'espace de Fourier présente essentiellement trois pics. L'un d'eux est centré en zéro et correspond aux gradients faibles d'illumination. Les deux autres, centrés autour de  $\pm f_0$ , et associés à la fréquence du réseau projeté, contiennent toute l'information de la modulation de fréquence introduite par la déformation locale de la surface. La transformé inverse de Fourier de l'un de ces pics recentré à zéro donne la phase (modulo  $\pi$ ) en chaque point sur la surface du liquide. Après un déroulement de phase, on peut convertir l'information de phase en hauteur en tenant compte des paramètres géométriques du montage optique. Cette méthode optique non

invasive à l'avantage de déterminer le profil de la surface étudiée à partir de l'acquisition d'une seule image, ce qui permet l'étude des écoulements en temps réel et des processus dynamiques fortement non-stationnaires. A titre d'exemples, les résultats de l'application de cette technique à deux écoulements différents sont présentés. Le premier cas montre que la méthode permet de mesurer conjointement des ondes spirales de faible amplitude ( $< 1\text{mm}$ ) émises par un vortex de vidange ainsi que la profondeur du vortex (25 mm) sur une surface de  $30 \times 40\text{cm}^2$ . Le deuxième exemple correspond au régime d'interaction forte entre un vortex fixe et des ondes de surface planes. Ce dernier cas met en évidence le phénomène de dislocation des ondes et l'apparition d'un cône de dispersion prédit théoriquement mais jamais observé jusqu'alors dans de tels détails. Une discussion est engagée par Philippe Gervais sur l'algorithme de déroulement de phase. Pablo Cobelli explique que cette technique accomplit une distinction entièrement automatique entre une dépression et une élévation de la surface. Pour assurer un bon déroulement de phase (sans ambiguïtés), la phase ne peut pas changer plus que  $\pi$  entre des pixels adjacents. Cela signifie que l'on doit employer une fréquence d'acquisition (résolution spatiale) supérieure à celle du Nyquist.

Aurore Naso expose un **formalisme de mécanique statistique appliqué à Euler axi-symétrique**.