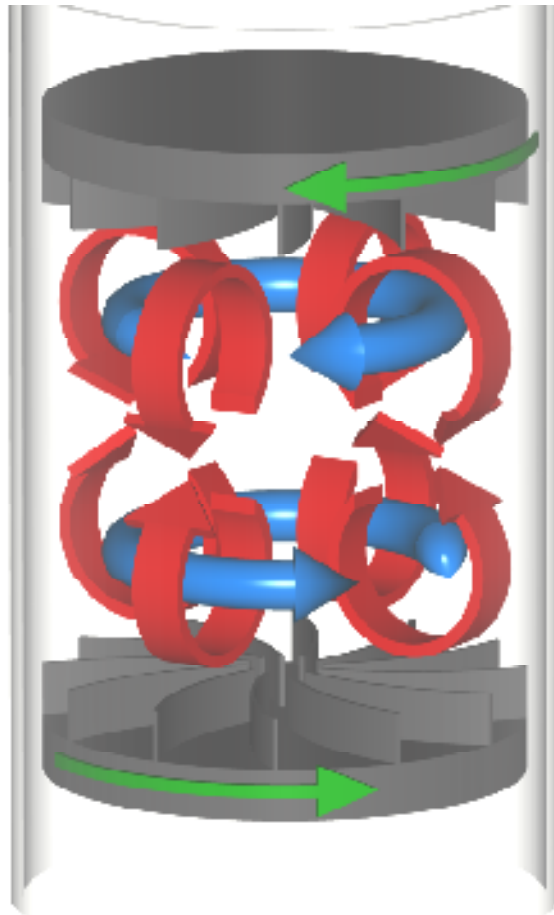


Mécanique statistique dans un écoulement de von Kármán turbulent

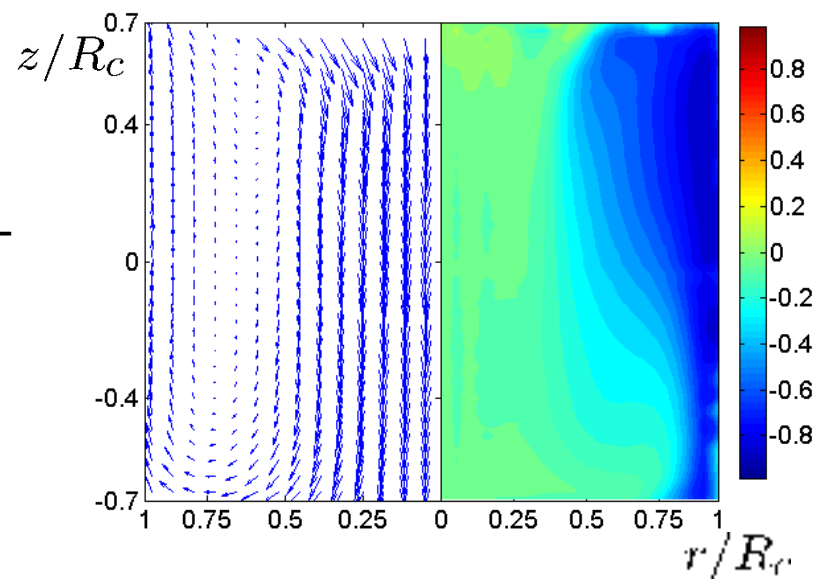
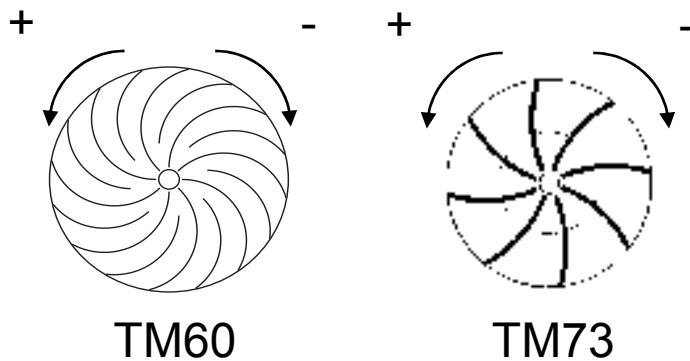
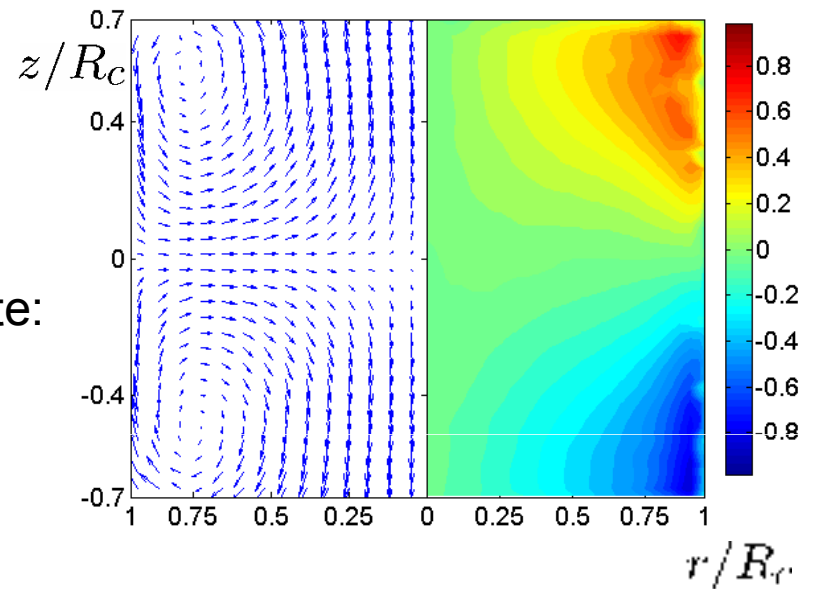
Romain Monchaux, P. Diribarne, F. Ravelet, P-P. Cortet,
P-H. Chavanis, B. Dubrulle, N. Leprovost, F. Daviaud and A. Chiffaudel

Ecoulement de von Kármán

Ecoulement très turbulent: $Re \approx 10^6$
Niveau de fluctuations très élevé

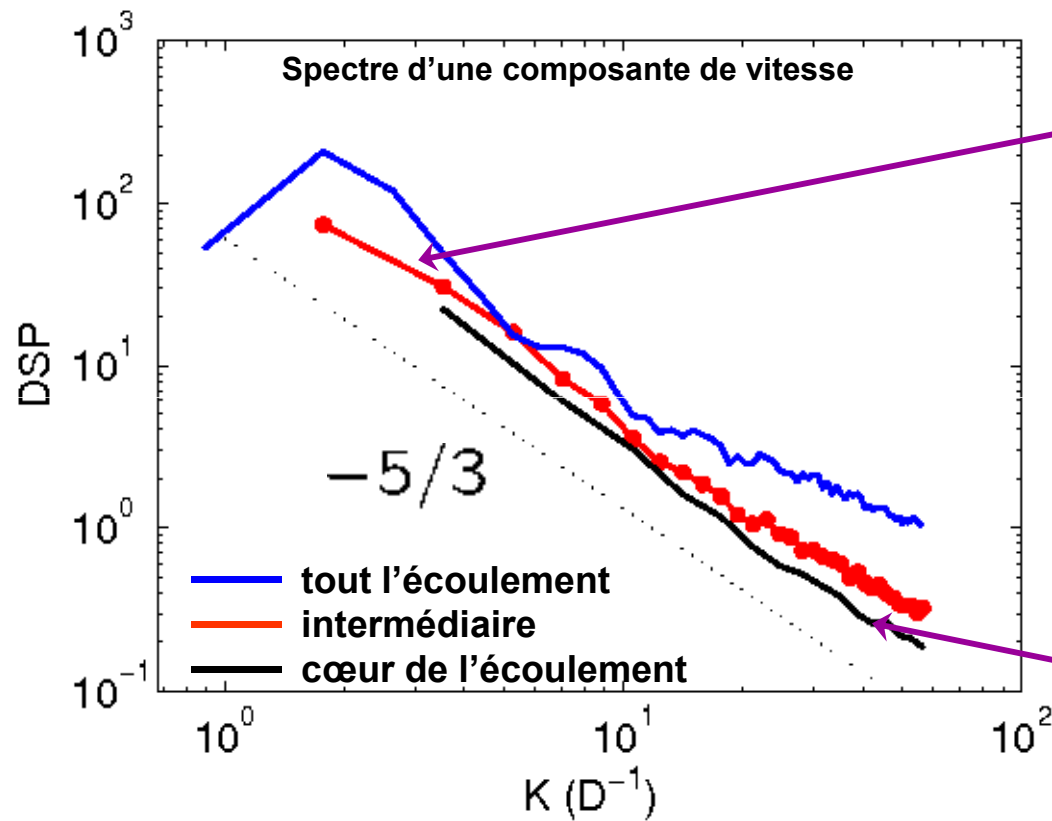


bifurcation turbulente:
multi-stabilité

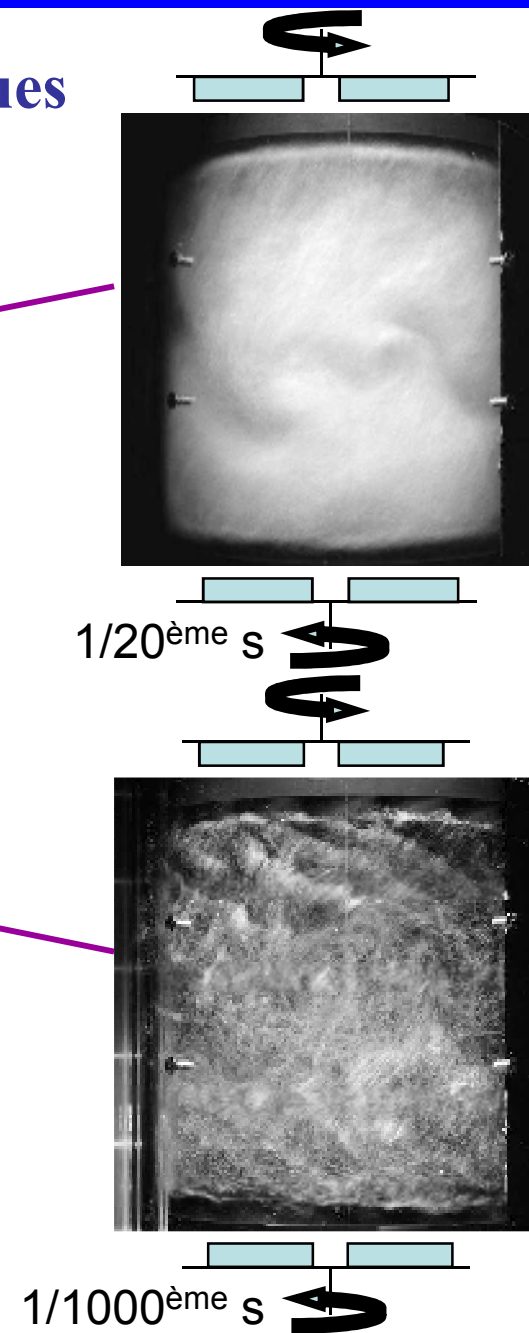


Mécanique statistique et turbulence

Systemes hors-équilibre vs. équilibres classiques



Existence d'un grand nombre de degrés de liberté



Mécanique statistique et turbulence

Turbulence 2D: états stationnaires, équation d'état, distributions

- Tourbillons ponctuels: Onsager 1949
- Miller, Robert and Sommeria: description continue (1990-1991)

De la turbulence 2D à la turbulence 3D

- Problème complet 3D: question ouverte
 - ⇒ étirement de la vorticité
- Turbulence axisymétrique: bon intermédiaire
 - ⇒ description 2D
 - ⇒ caractéristiques 3D

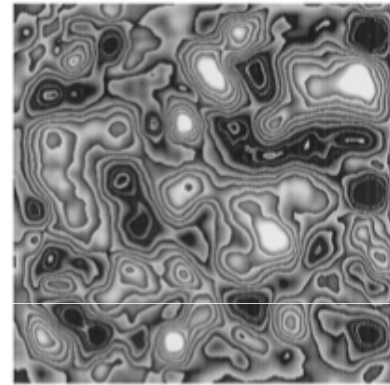
Mécanique statistique et turbulence

Equation d'Euler 2D : états d'équilibre statistique

- Classification des tourbillons isolés: monopoles et dipôles
- Diagrammes de stabilité de ces structures: paramètre de contrôle unique

Chavanis et Sommeria

J. Fluid Mech. **356** p259, 1998



Mécanique statistique quasi 2D

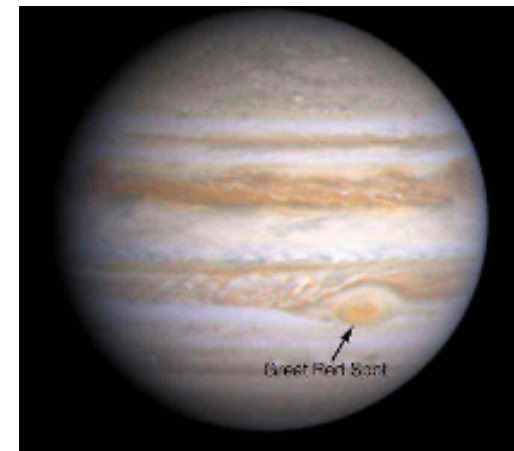
- Jets intenses
- Grande tache rouge

Sommeria *et al.*

CRAS **312** p999, 1991

Bouchet *et al.*

J. Fluid Mech. **464** p165, 2002



Mécanique statistique et turbulence axisymétrique

Nouveaux principes variationnels

- Equation d'Euler axisymétrique sans forçage ni dissipation.
- Probabilité $\rho(\sigma, \xi, \vec{r})$ d'observer le moment cinétique σ et la vorticité $\xi = -\omega_\theta/r$ au point \vec{r} .
- Maximisation d'une entropie de mélange sous contrainte des grandeurs conservées.
- Equilibre à une échelle coarse-grained.

Distribution de Gibbs

$$\rho = \frac{e^{-\beta(\sigma^2/2r^2 + \psi\xi) - \alpha G(\sigma) - \mu\xi F(\sigma)}}{Z(r, z)}$$

(μ, β) : multiplicateurs de Lagrange
associés à l'énergie et à l'hélicité

σ : moment cinétique
 ξ : vorticité
 ψ : fonction de courant

Etats stationnaires

$$\begin{cases} \sigma & = & F(\Psi) \\ \xi - \frac{FF'}{2y} & = & G(\Psi) \end{cases}$$

Leprovoost *et al.*
Phys. Rev. E. **73**, 2006

Mécanique statistique et Beltrami

Approches de champ moyen

- variations de σ à ξ fixé
- variations de ξ à σ fixé

Monchaux *et al.*
soumis à
Phys. Rev. Lett. 2008

Etats stationnaires

$$\beta_\xi \bar{\psi} + \mu_\xi \bar{\sigma} = 0,$$

$$\frac{\beta_\sigma \bar{\sigma}}{r^2} + \mu_\sigma \bar{\xi} = 0,$$

$$\frac{\beta_\xi \bar{\sigma}}{r^2} + \mu_\xi \bar{\xi} = 0.$$

Relations de fluctuation

$$\overline{\sigma^2} - \bar{\sigma}^2 = -\frac{1}{\mu_\xi} \frac{\delta \bar{\sigma}}{\delta \bar{\xi}},$$

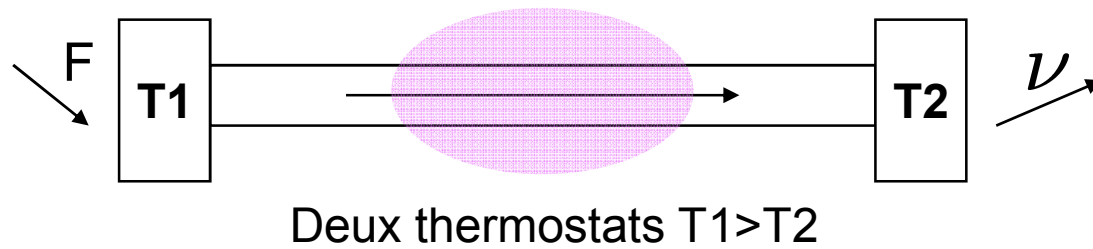
$$\overline{\xi^2} - \bar{\xi}^2 = -\frac{1}{\mu_\sigma} \frac{\delta \bar{\xi}}{\delta \bar{\sigma}}.$$

σ : moment cinétique
 ξ : vortacité
 ψ : fonction de courant

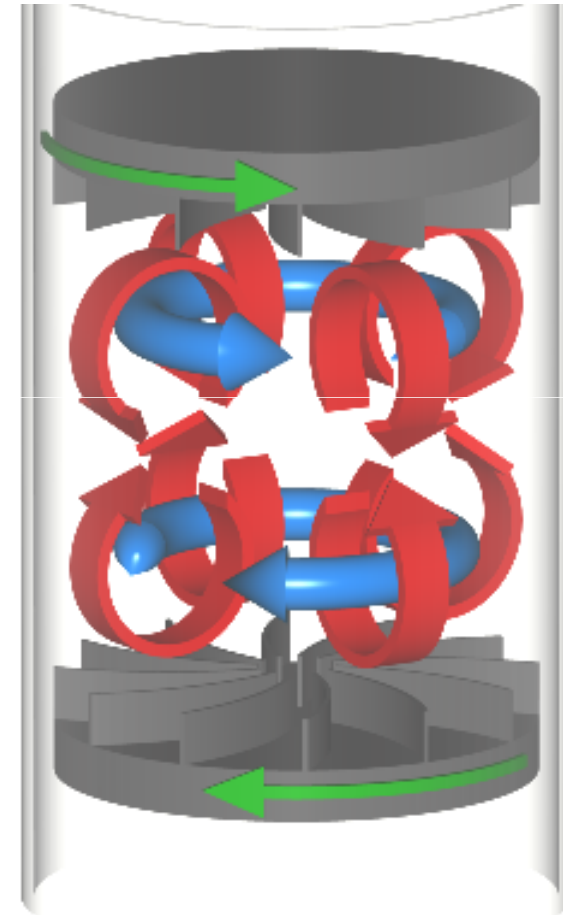
(μ, β) : multiplicateurs de Lagrange
associés à l'énergie et à l'hélicité

Ecoulement de von Kármán expérimental

Que se passe-t-il en présence de forçage et de dissipation?

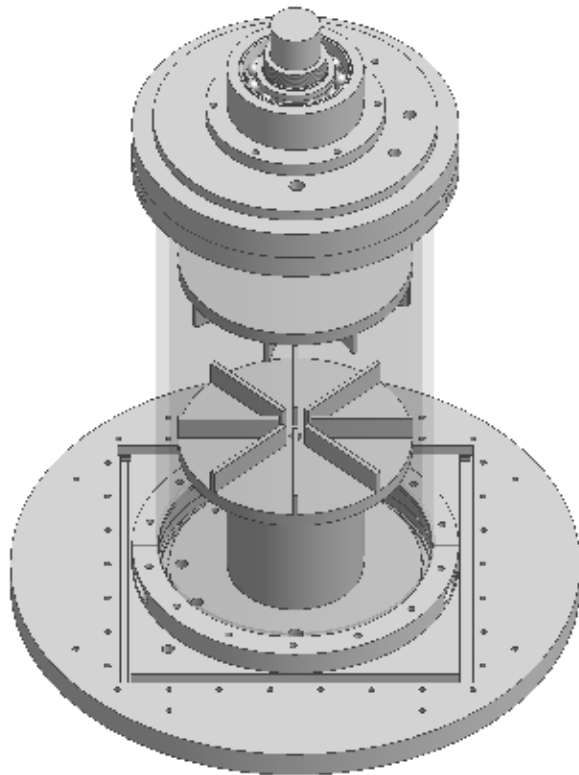


⇒ Expérience



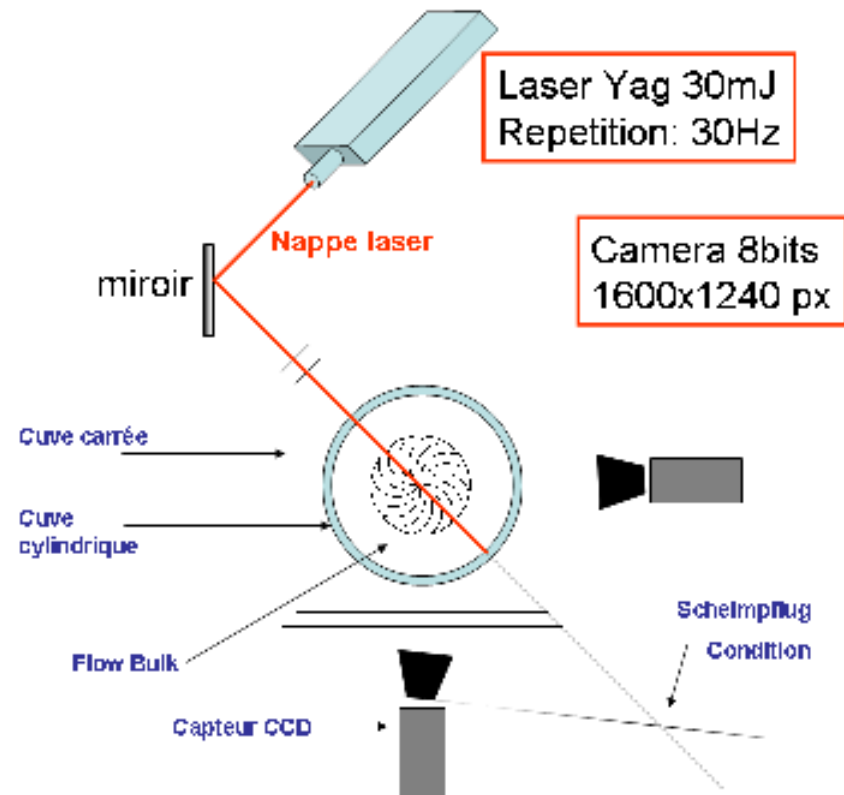
Expérience et mesures

Montage VK2



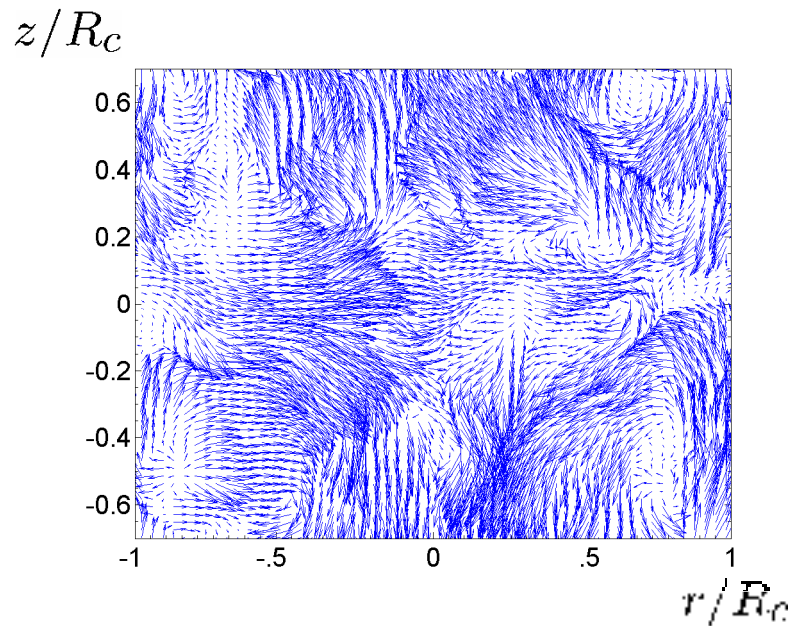
2 moteurs 1.8kW
Fréquences: 1-8Hz
Re: 10^5 - $6 \cdot 10^5$

Dispositif SPIV



Typiquement 5000 instantanés
Fréquence d'acquisition: 1-6Hz
Résolution spatiale: 1.6mm

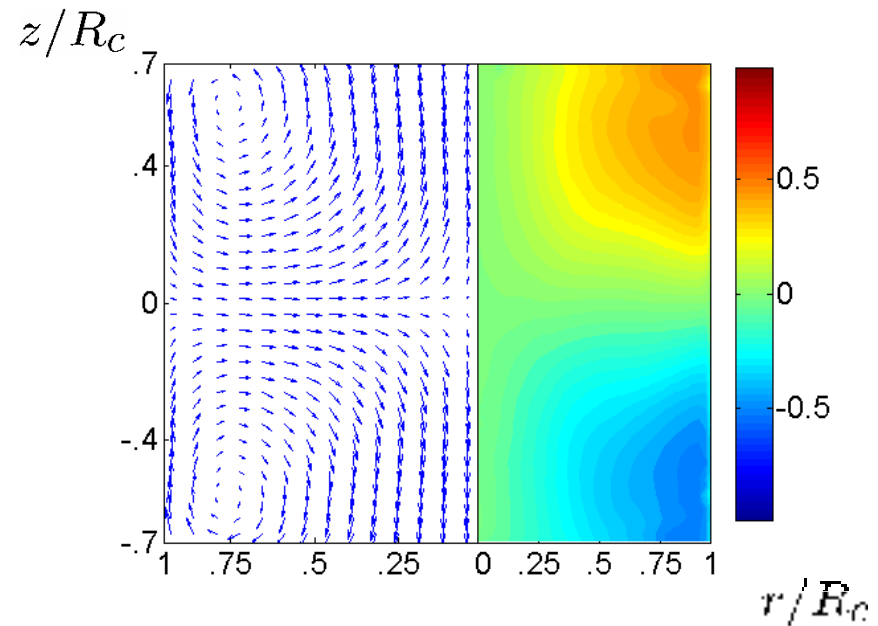
Expérience et mesures



Mesures SPIV

trois composantes
de vitesse:

$$(V_r, V_\theta, V_z)$$



Post-traitement

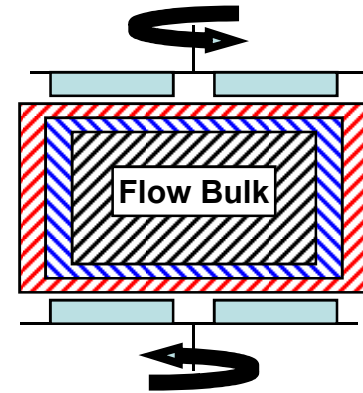
trois champs
statistique:

$$(\psi, \sigma, \xi)$$

Ecoulement de von Kármán: états stationnaires

Existence des relations

$$\begin{cases} \sigma & = F(\Psi) \\ \xi - \frac{FF'}{2y} & = G(\Psi) \end{cases}$$

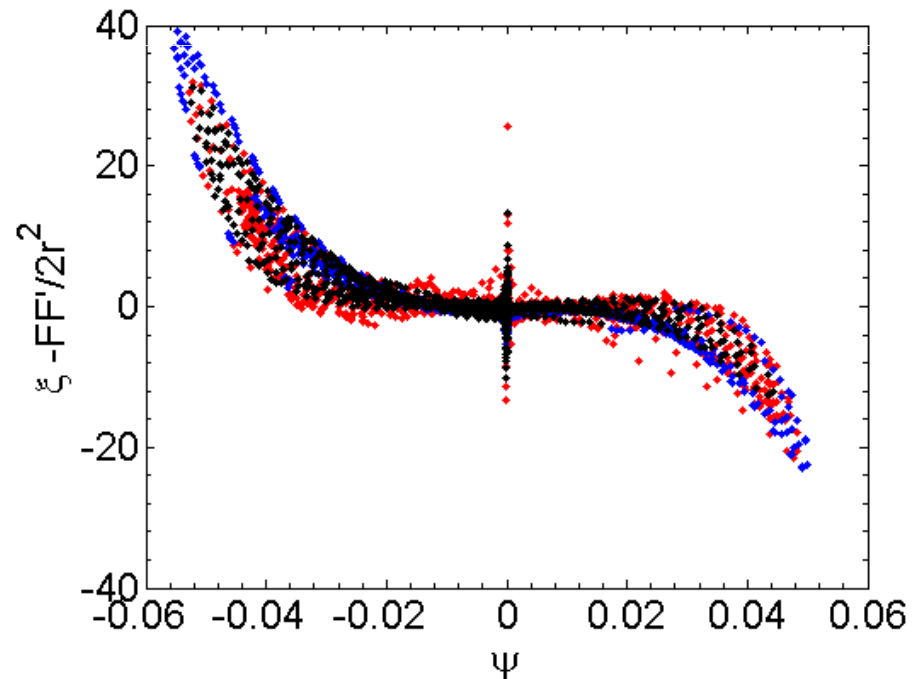
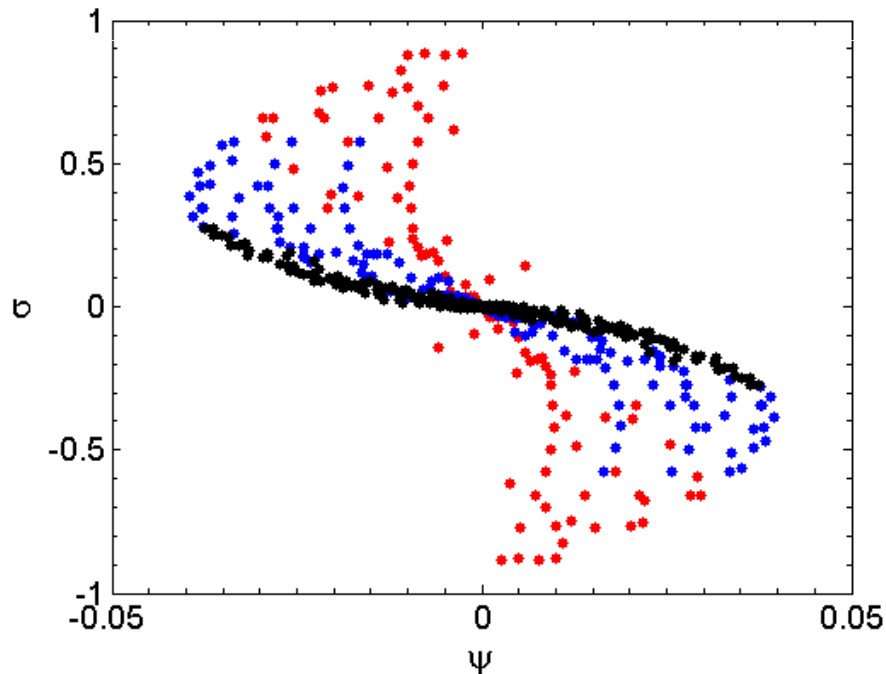


Distance au centre

● >0.85

● intermediaire

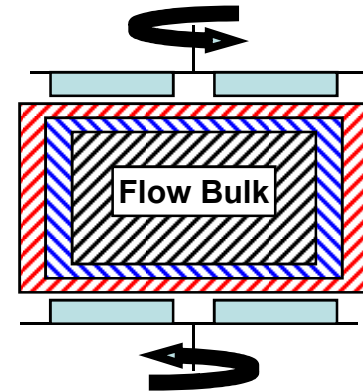
● <0.7



Ecoulement de von Kármán: états stationnaires

Existence des relations

$$\begin{cases} \sigma & = F(\Psi) \\ \xi - \frac{FF'}{2y} & = G(\Psi) \end{cases}$$

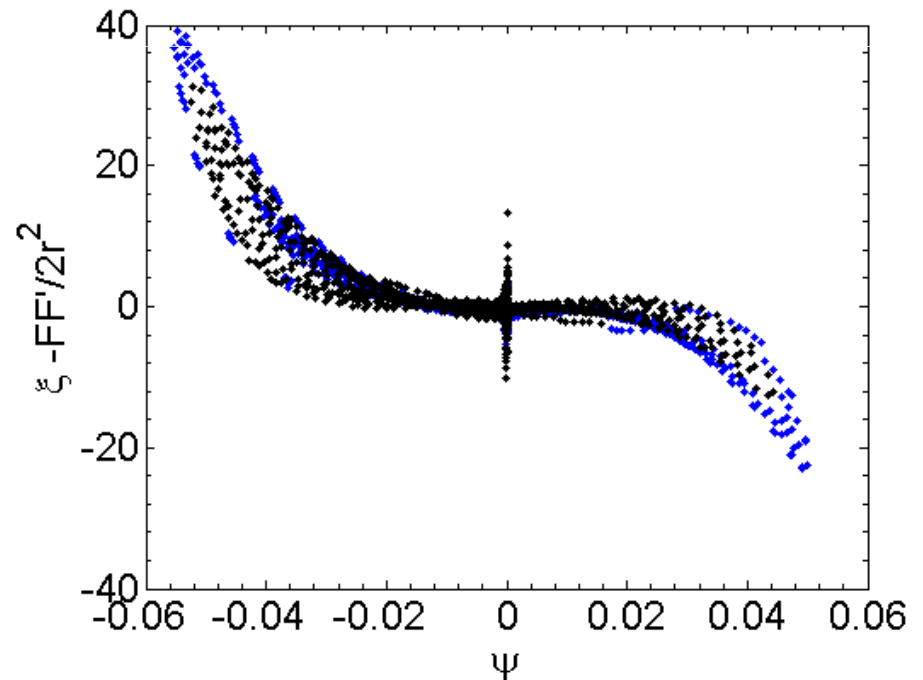
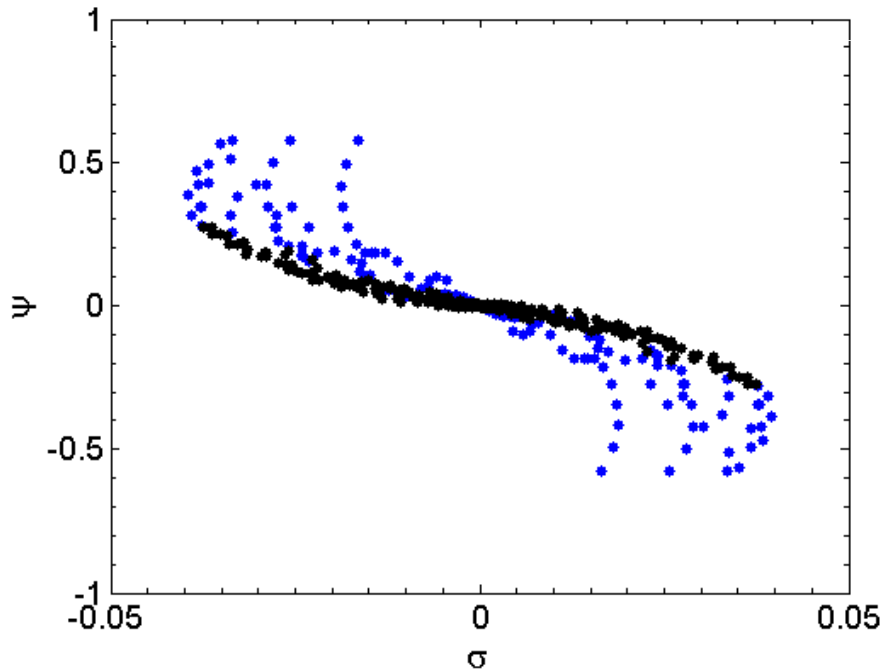


Distance au centre

● >0.85

● intermediaire

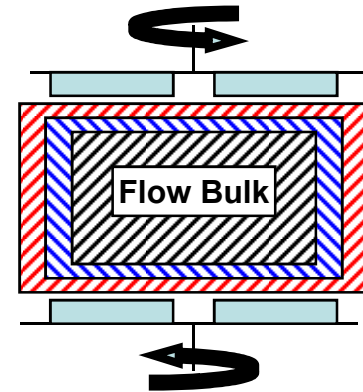
● <0.7



Ecoulement de von Kármán: états stationnaires

Existence des relations

$$\begin{cases} F(\psi) & \equiv & F_{p1}\psi + F_{p3}\psi^3 \\ G(\psi) & \equiv & 0 \end{cases}$$

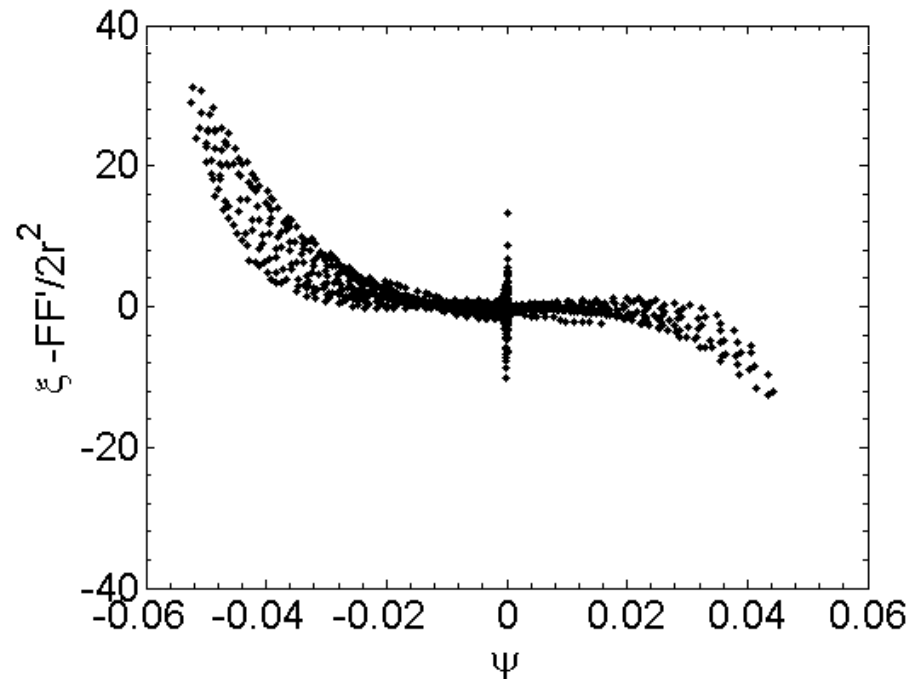
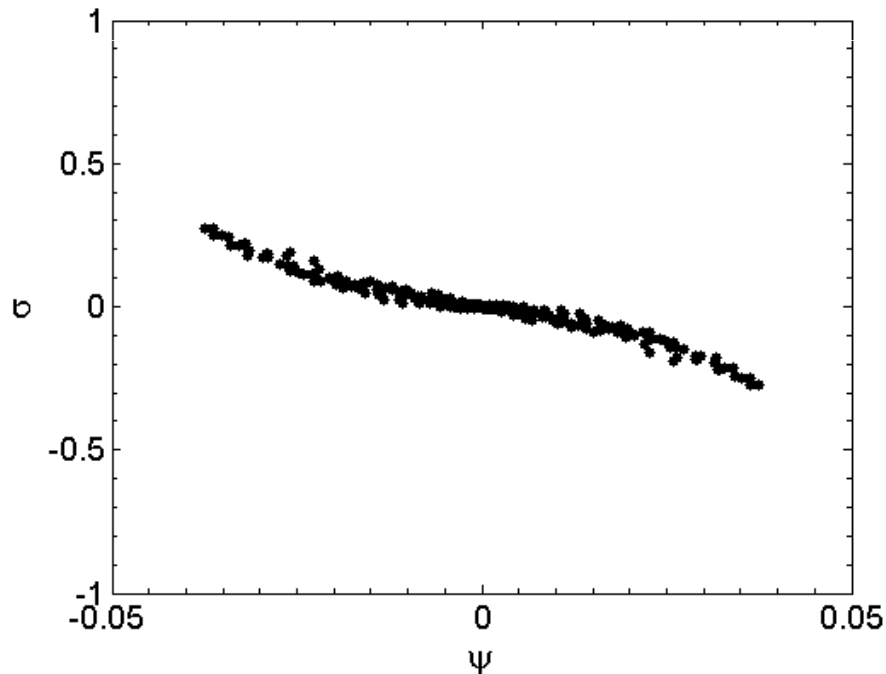


Distance au centre

● >0.85

● intermédiaire

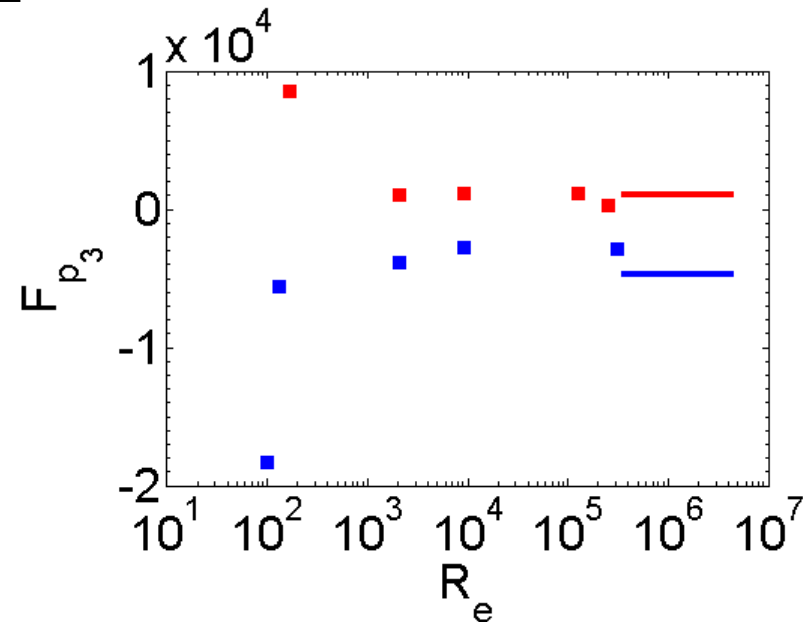
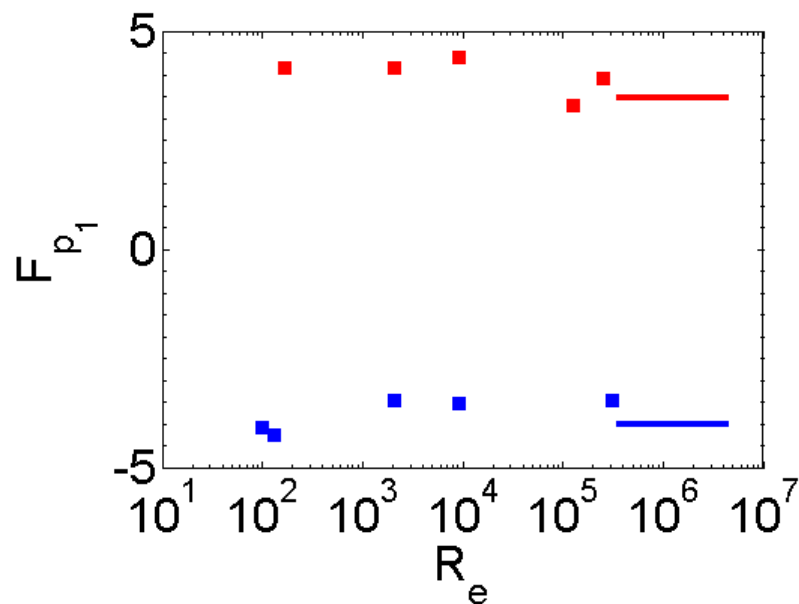
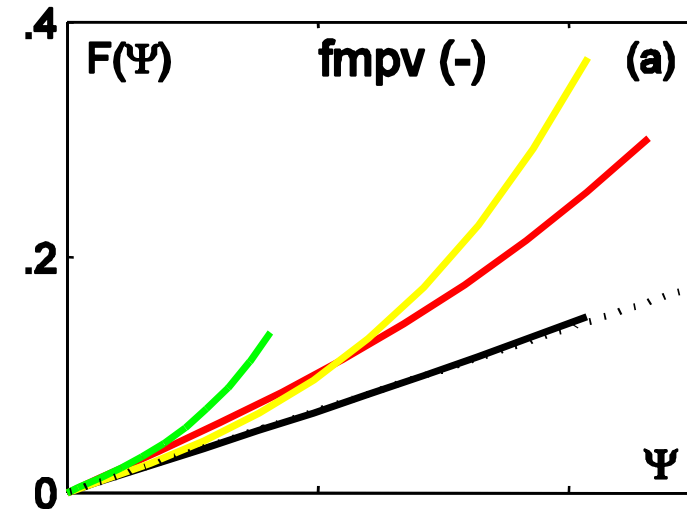
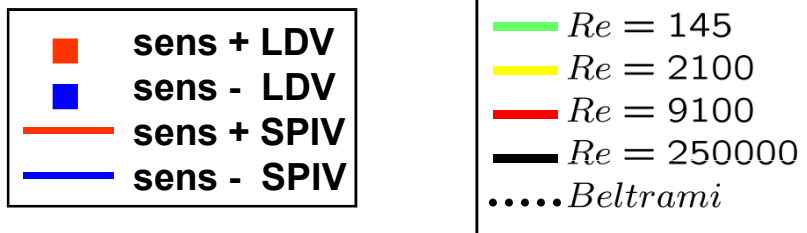
● <0.7



Ecoulement de von Kármán: états stationnaires

Influence de la viscosité

$$F(\psi) = F_{p_1}\psi + F_{p_3}\psi^3$$



Beltramisation: alignement vitesse-vorticité

Écoulement de Beltrami

Une solution stationnaire des équations d'Euler

$$\vec{v} = \lambda \vec{\omega}$$



F linéaire:

$$\sigma = \lambda \psi$$

G nulle:

$$\xi - \frac{\lambda^2 \sigma}{r^2} \equiv 0$$

États stationnaires

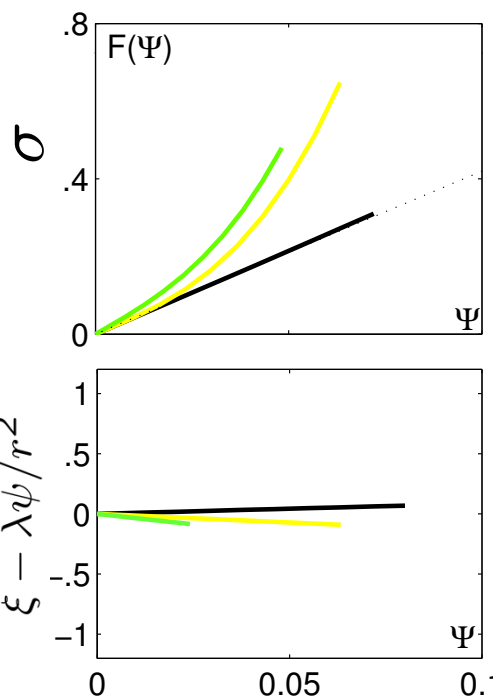
Moment cinétique:

$$\sigma = F(\psi)$$

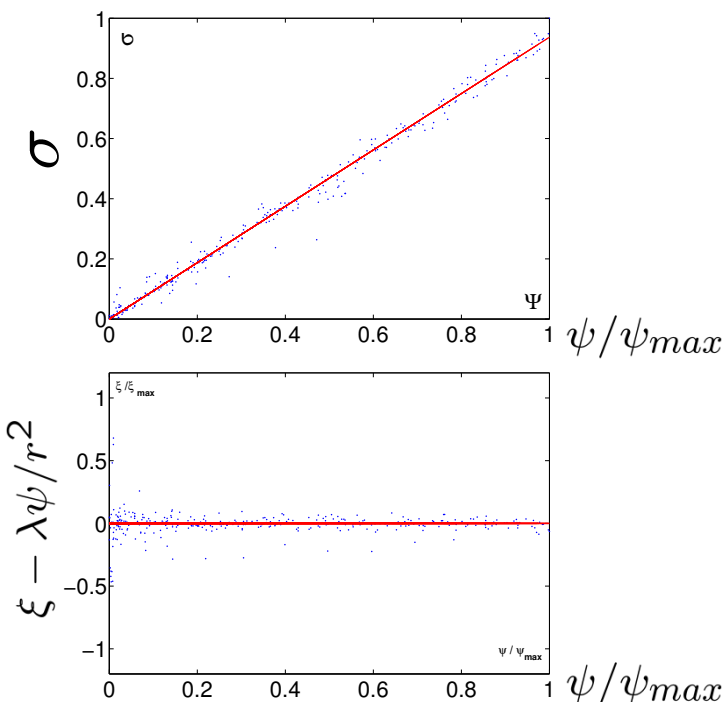
Vorticité:

$$\xi - \lambda \psi / r^2 = G(\psi)$$

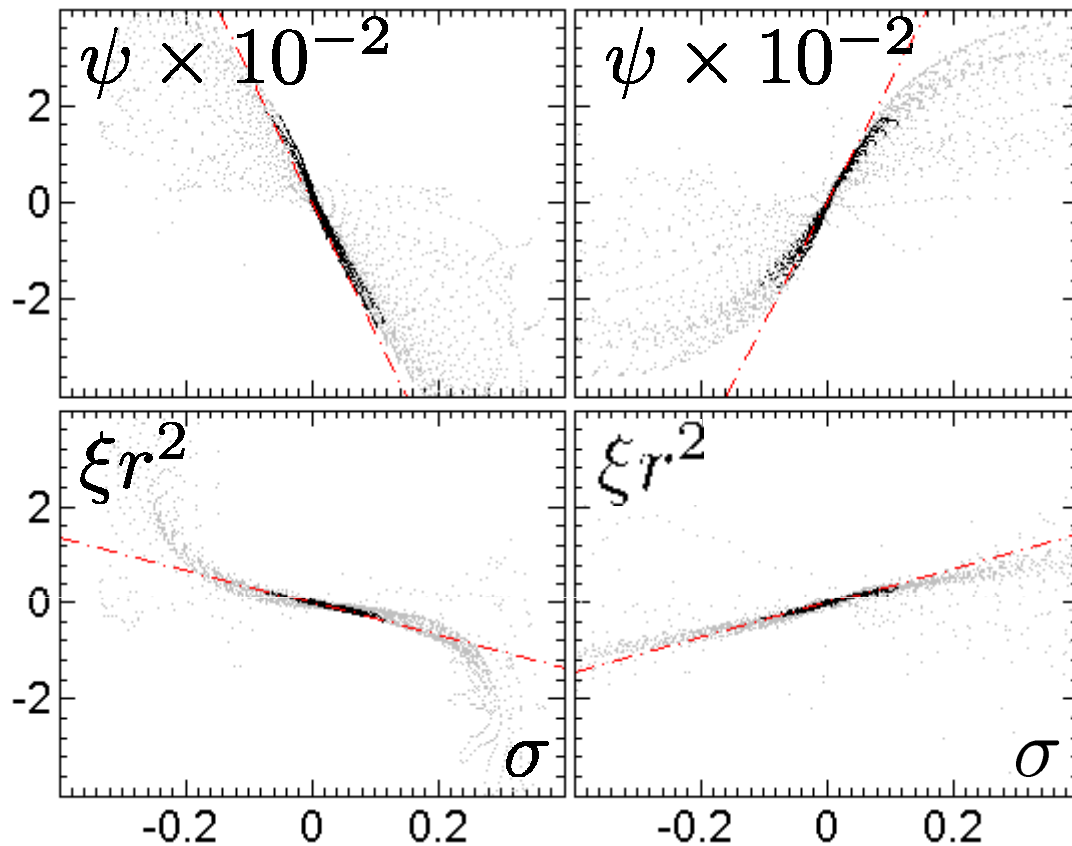
Von Kármán



Beltrami bruité



Limite Beltrami: états stationnaires et champ moyen



$$\begin{cases} \beta_{\xi} \bar{\psi} + \mu_{\xi} \bar{\sigma} = 0 \\ \frac{\beta_{\sigma} \bar{\sigma}}{r^2} + \mu_{\sigma} \bar{\xi} = 0 \end{cases}$$

| Impellers | TM73 | | TM60 | |
|-------------------------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|
| | (+) | (-) | (+) | (-) |
| β_{ξ}/μ_{ξ} | $4,64 \pm 0,25$ | $-4,92 \pm 0,12$ | $3,76 \pm 0,28$ | $-4,11 \pm 0,31$ |
| $\beta_{\sigma}/\mu_{\sigma}$ | $4,31 \pm 0,20$ | $-4,88 \pm 0,17$ | $3,55 \pm 0,20$ | $-3,61 \pm 0,23$ |
| $\langle \beta/\mu \rangle$ | $4,47 \pm 0,22$ | $-4,90 \pm 0,15$ | $3,66 \pm 0,24$ | $-3,86 \pm 0,27$ |

Limite Beltrami: relations de fluctuation-dissipation

Relations de fluctuation

$$\overline{\sigma^2} - \bar{\sigma}^2 = -\frac{1}{\mu_\xi} \frac{\delta \bar{\sigma}}{\delta \bar{\xi}},$$

$$\overline{\xi^2} - \bar{\xi}^2 = -\frac{1}{\mu_\sigma} \frac{\delta \bar{\xi}}{\delta \bar{\sigma}}.$$

\Rightarrow problème de mesure de la réponse

Formulation pratique

$$\overline{u_\theta^2} - \bar{u}_\theta^2 = \frac{1}{\beta_\xi},$$

$$\overline{\omega_\theta^2} - \bar{\omega}_\theta^2 = \frac{\beta_\sigma}{\mu_\sigma^2}.$$

σ : moment cinétique

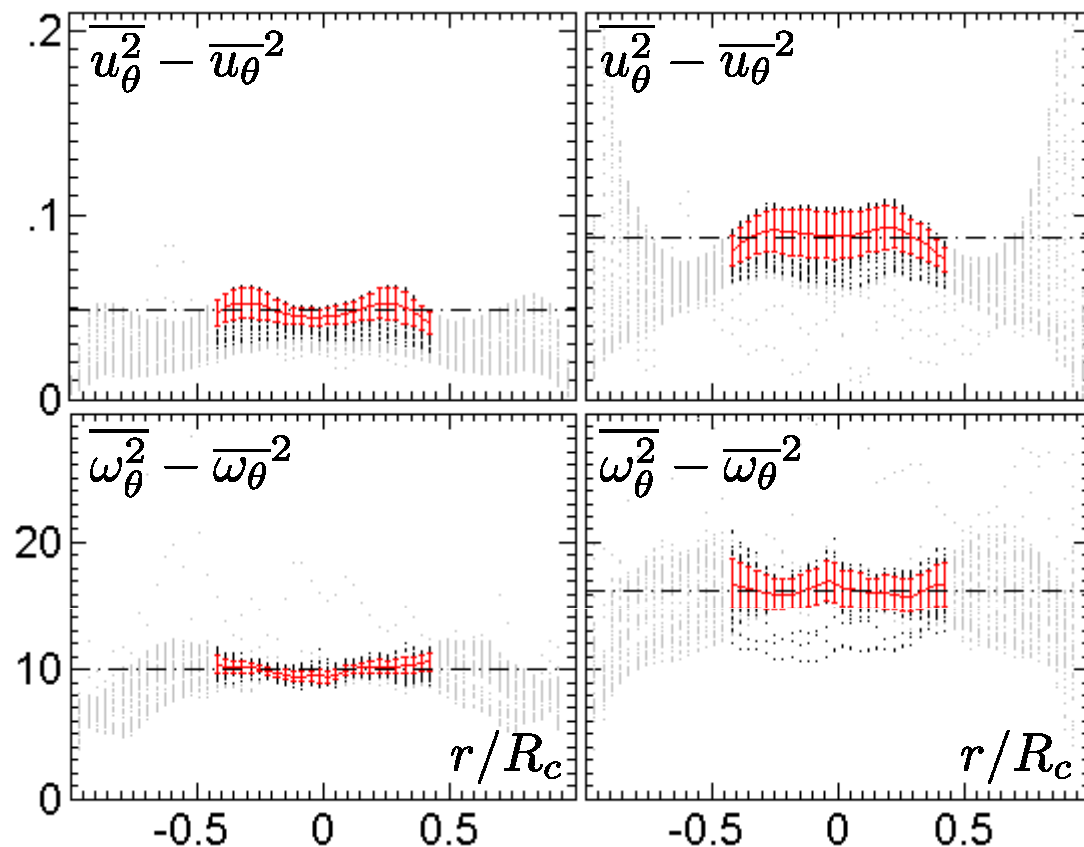
ξ : vorticité

ψ : fonction de courant

(μ, β) : multiplicateurs de Lagrange

associés à l'énergie et à l'hélicité

Limite Beltrami: relations de fluctuation-dissipation



$$\overline{u_\theta^2} - \overline{u_\theta}^2 = \frac{1}{\beta_\xi}$$

$$\overline{\omega_\theta^2} - \overline{\omega_\theta}^2 = \frac{\beta_\sigma}{\mu_\sigma^2}$$

| Impellers | TM73 | | TM60 | |
|-----------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| Sense | (+) | (-) | (+) | (-) |
| $1/\beta_\xi$ | $0,0452 \pm 0,0040$ | $0,0673 \pm 0,0035$ | $0,0481 \pm 0,0056$ | $0,0922 \pm 0,0086$ |
| $\beta_\sigma/\mu_\sigma^2$ | $9,1 \pm 0,5$ | $13,4 \pm 0,7$ | $10,4 \pm 1,4$ | $16,4 \pm 0,9$ |
| β_ξ | $22,1 \pm 2,0$ | $14,9 \pm 0,8$ | $20,8 \pm 2,4$ | $10,8 \pm 1,0$ |
| β_σ | $2,04 \pm 0,31$ | $1,77 \pm 0,21$ | $1,22 \pm 0,31$ | $0,79 \pm 0,14$ |
| μ_ξ | $4,77 \pm 0,08$ | $-3,02 \pm 0,23$ | $5,53 \pm 1,06$ | $-2,64 \pm 0,45$ |
| μ_σ | $0,47 \pm 0,05$ | $0,36 \pm 0,03$ | $0,31 \pm 0,07$ | $0,22 \pm 0,03$ |

Mécanique statistique et turbulence

Etats stationnaires

Observations expérimentale des fonctions F et G
Grande reproductibilité des mesures
Beltramisation à haut Reynolds

Fluctuations

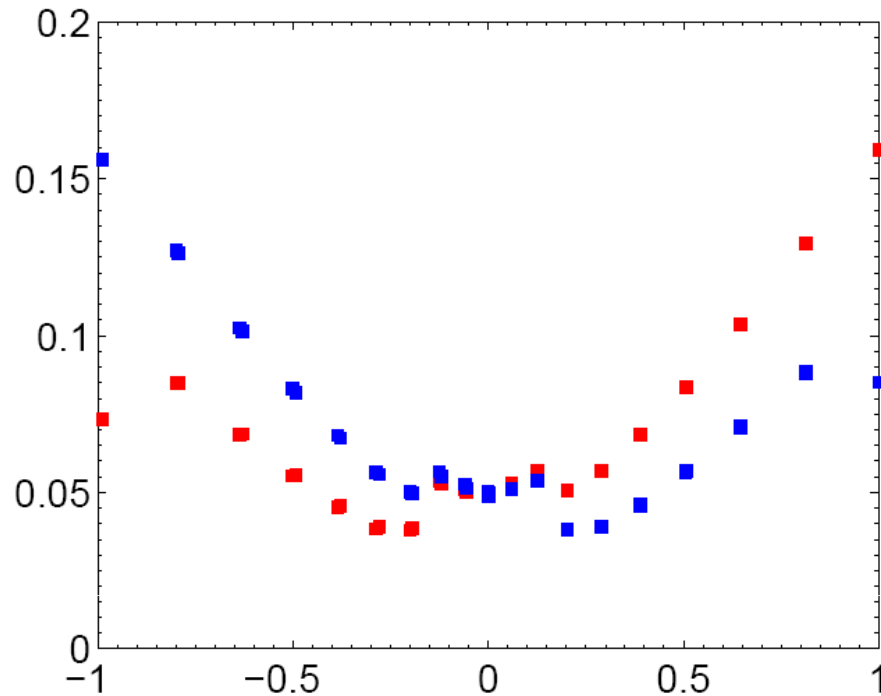
Dérivations de deux relations de fluctuation-dissipation
Mesures dans l'écoulement de von Karman
Distinction des deux approches de champ moyen

Perspectives

Faire le lien avec la bifurcation turbulente
Test dans d'autres écoulements (granulaires, TC, ...)

Application à la bifurcation turbulente

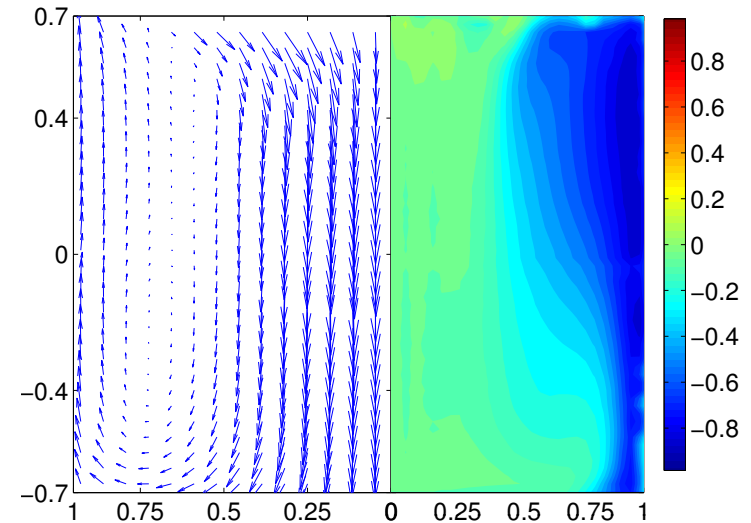
K_p



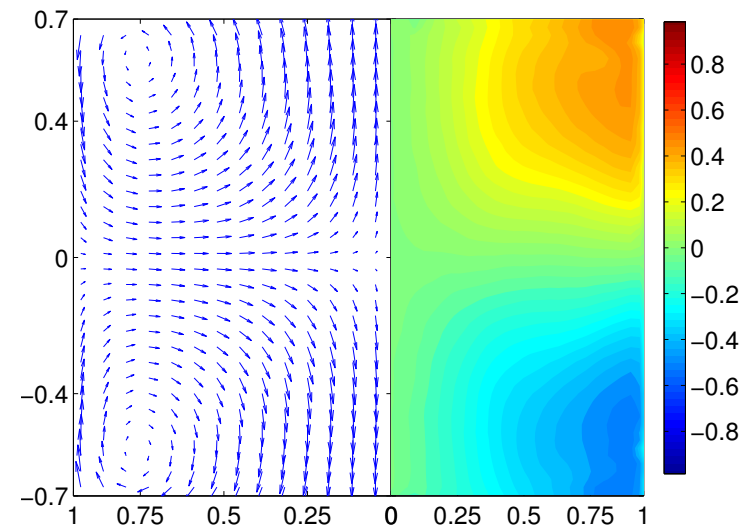
$$\theta = \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2}$$

Etude par des mesures de couple
(Ravelet, Marié)

$|\theta| > 0.16 \Rightarrow$ une cellule



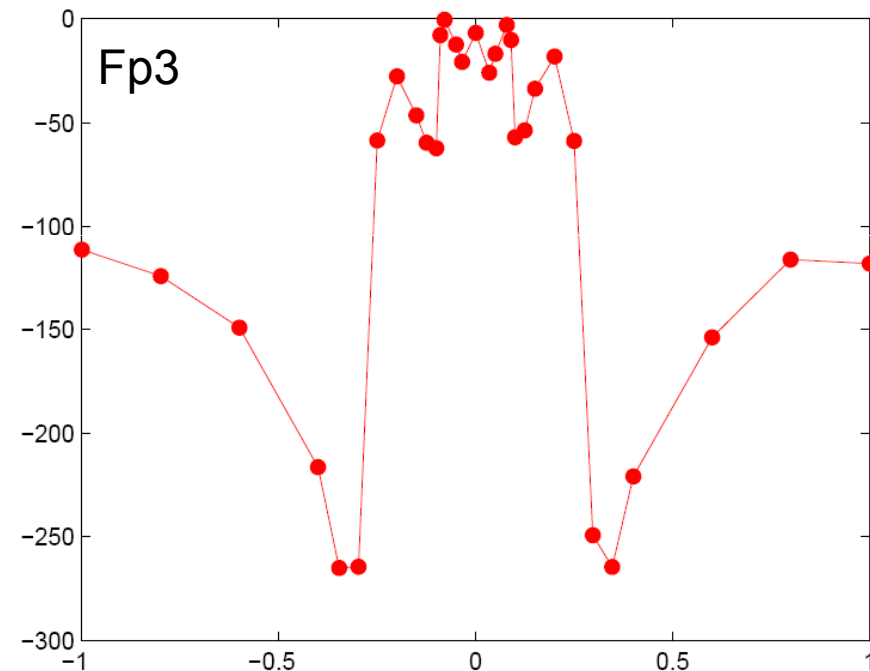
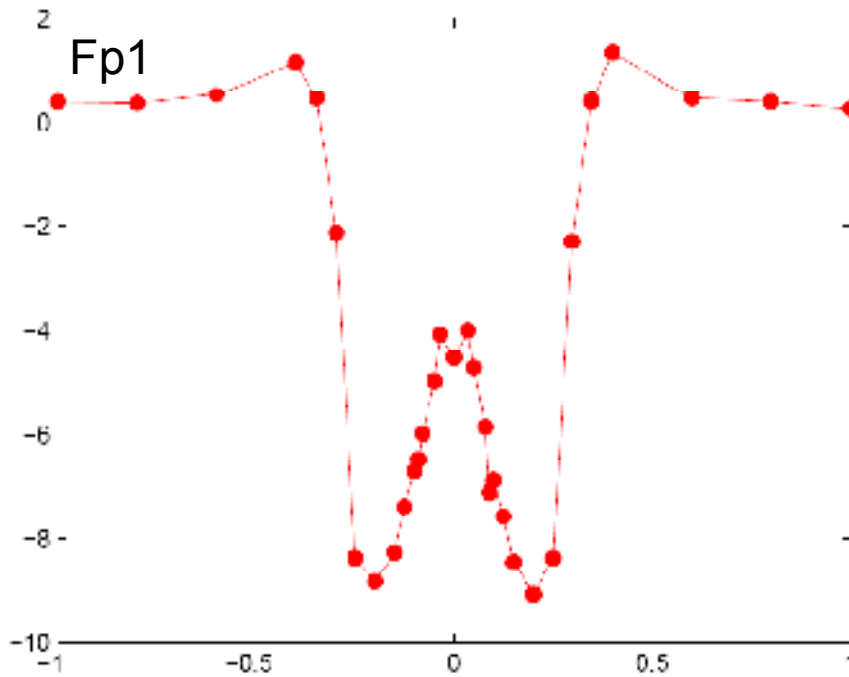
$|\theta| < 0.16 \Rightarrow$ deux cellules



Application à la bifurcation turbulente

Etats stationnaires

$$F(\psi) = F_{p1}\psi + F_{p3}\psi^3 \quad \begin{cases} \sigma & = F(\Psi) \\ \xi - \frac{FF'}{2y} & = G(\Psi) \end{cases}$$



$$\theta = \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2}$$

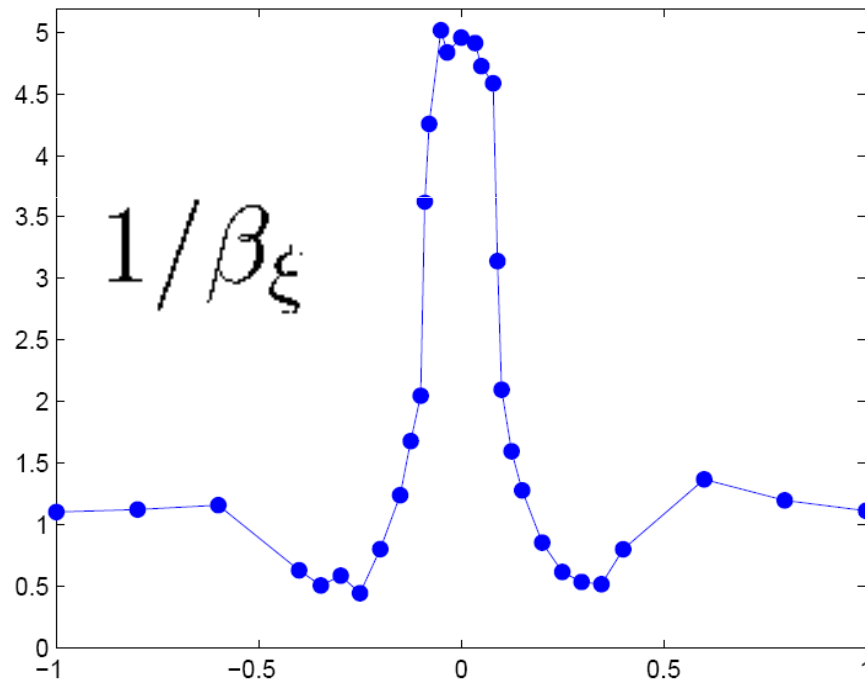
$$\theta = \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2}$$

Application à la bifurcation turbulente

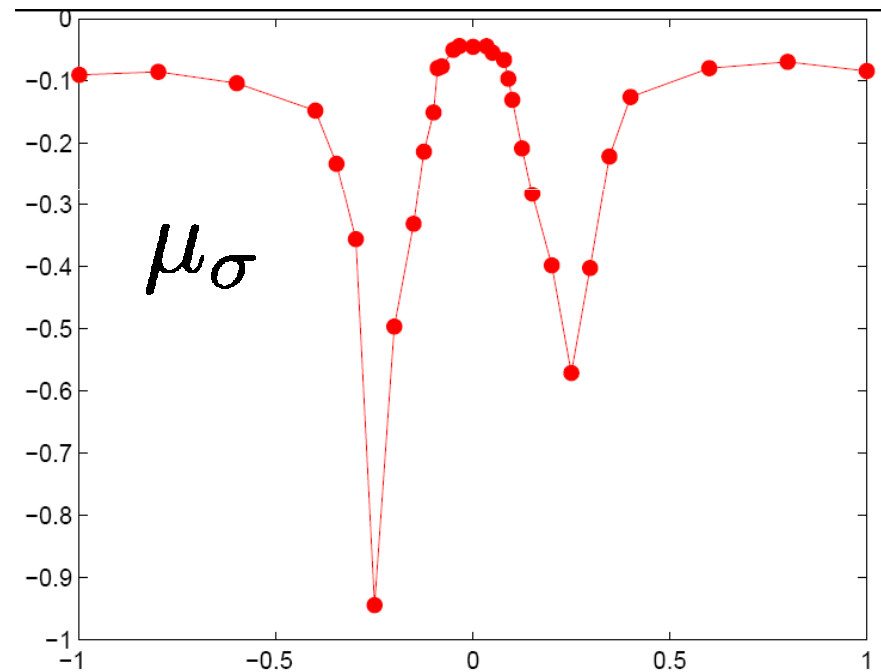
Fluctuations

$$\overline{u_\theta^2} - \overline{u_\theta}^2 = \frac{1}{\beta_\xi},$$

$$\overline{\omega_\theta^2} - \overline{\omega_\theta}^2 = \frac{\beta_\sigma}{\mu_\sigma^2}.$$



$$\theta = \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2}$$



$$\theta = \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2}$$

Température et mesure des fluctuations

$\delta - 1$

