Stabilité de jets dirigés vers l'est dans un modèle rudimentaire d'océan

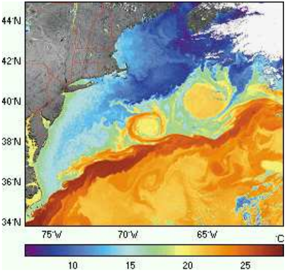
Antoine Venaille [1,2] Freddy Bouchet [2] Eric Simonnet [2]

[1] LEGI-Coriolis, Grenoble

[2] INLN, Nice

1er avril 2008

Motivation



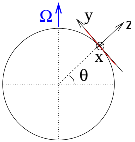
Existe-t-il des solutions stables de modèles rudimentaires d'océans présentant un courant fort dirigé vers l'est ?

Plan

1. MOTIVATIONS
2. MODELE QUASI-GEOSTROPHIQUE 1-1/2 COUCHE
3. LA SOLUTION DE FOFONOFF
4. STABILITÉ LINEAIRE D'UN JET DIRIGE VERS L'EST DANS UN CANAL
5. CONCLUSION & PERSPECTIVES

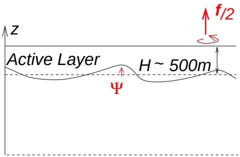
Modèle quasi-geostrophique

1) Approximation de plan beta

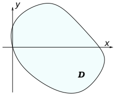


with $f = 2\Omega \sin\theta + \beta y$

2) Idéalisation de la stratification



3) Idéalisation de la géométrie



4) Forte rotation

$$Ro = \frac{\text{Inertia}}{\text{Coriolis}} = \frac{U}{fL} \ll 1$$

5) On cherche des solutions **inertielles**, en supposant Forçage+Dissipation=0

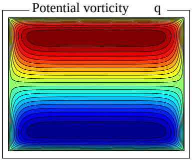
Modèle quasi-géostrophique

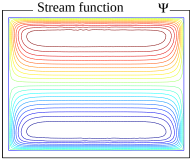
$$\partial_t q + \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\nabla}\, q = 0$$

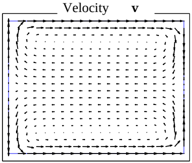
$$q = \Delta\psi - \frac{\psi}{R^2} + \beta y$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{e}_z \times \boldsymbol{\nabla}\psi$$

$$\psi = 0 \quad on \quad \partial\mathcal{D}$$







Etats stationnaires $\Leftrightarrow \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\nabla}\, q = 0$

$q = f(\psi) \Rightarrow$ **états stationnaires**

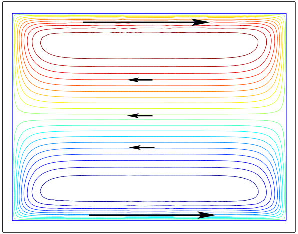
But

Pour une relation $q = f(\psi)$ donnée

- Existe-t-il une solution stationnaire présentant un courant fort dirigé vers l'est au centre du domaine ?
- Si oui, cette solution est-elle stable ?
- Comment évoluent les perturbations ?

La solution de Fofonoff

$$q = a\psi \quad \text{avec } a + \frac{1}{R^2} \gg 1$$



$$\psi = \frac{\boldsymbol{\beta y}}{\mathbf{a + \frac{1}{R^2}}} + \frac{\Delta\psi}{a + \frac{1}{R^2}}$$

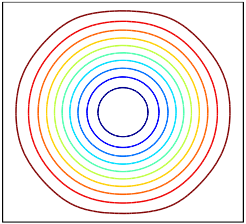
Nicholas Fofonoff
(1929-2004)

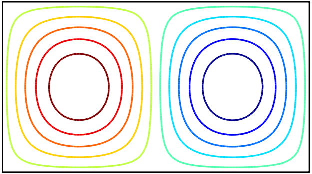
A l'intérieur, la vitesse zonale $u = -\partial_y \psi$ est **faible** et dirigée **vers l'ouest**.

Fofonoff généralisé

$$\mathbf{f(\psi) = a\psi + b}$$

Il existe des solutions stables ayant une structure très différente

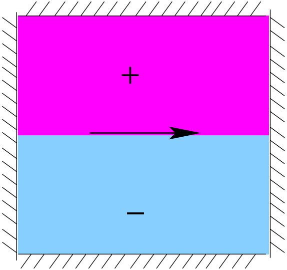


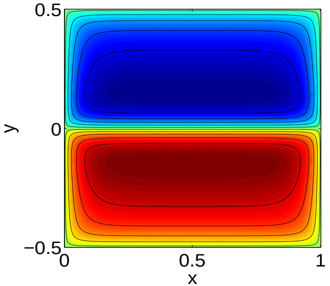


Mais **pas de jet dirigé vers l'est**...

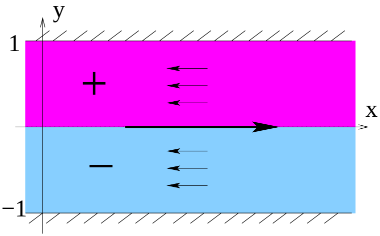
Front de vorticité potentielle (PV)

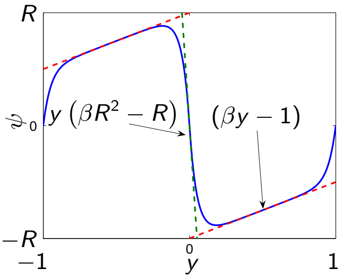
$$\mathbf{f}(\psi) = \mathbf{1} - \mathbf{2H}(\psi)$$





Dans un canal

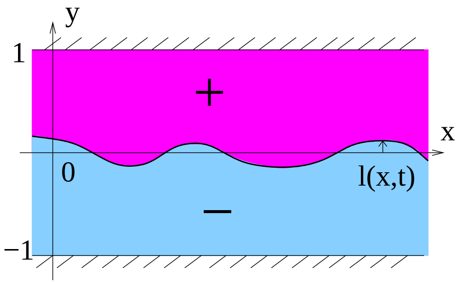




Vitesse zonale : $u = -\partial_y \psi$

Stabilité ?

Perturbation du front de PV

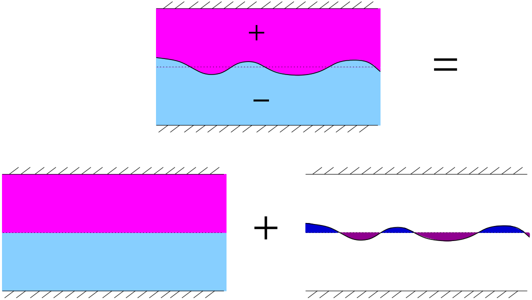


$$\mathbf{\partial_t l + u\partial_x l = v}$$

$$u = -\partial_y \psi \quad v = \partial_x \psi$$

$$\Delta\psi - \frac{\psi}{R^2} + \beta y = q$$

Stabilité linéaire du front de PV



$$\partial_t \mathbf{l} + u_0 \partial_x \mathbf{l} = -2 \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_x G(x, 0, x', 0)\, \mathbf{l}(x')\, dx'$$

$$G(x, y, x', y')$$

$$\Delta G - \frac{G}{R^2} = \delta(x - x')\delta(y - y')$$

Stabilité linéaire du front de PV

$$I = \frac{1}{2\pi}\int I_k e^{ikx}dk$$

Les modes de Fourier évoluent indépendamment les uns des autres

$$\boldsymbol{\partial_t I_k + ik(u_0 - \frac{\tanh\sqrt{R^{-2}+k^2}}{\sqrt{R^{-2}+k^2}})I_k = 0}$$

$$u_0 = R - \beta R^2 \quad \text{pour } R \ll 1$$

$$I_k = I_k(0)\exp(-ikv^{\phi}t)$$

Dans la limite $k^2R^2 \ll 1$

$$v^{\phi} = -\beta R^2 + \frac{1}{2}R^3k^2$$

Stabilité linéaire : conclusion

Le front de PV correspond à un **courant fort dirigé vers l'est** de largeur R, le **rayon de déformation de Rossby**

Les composantes de Fourier l_k de la perturbation évoluent indépendamment les unes des autres, sous la forme d'ondes progressives de vitesse de phase v^{ϕ}

- dirigée **vers l'ouest pour** $\lambda > \sqrt{\frac{R}{2\beta}}$
- dirigée **vers l'est pour** $\lambda < \sqrt{\frac{R}{2\beta}}$
- Le cas critique correspond à une **onde stationnaire** ayant une longueur d'onde de l'ordre de l'**échelle de Rhines**.

Perspectives

- Rôle des frontières est-ouest
- Relations $f(\psi)$ plus générales
- Relations $q = f(\psi)$ dans une zone donnée, si elles existent, à partir de projections des sorties de modèles numériques réalistes ou d'altimétrie sur un modèle QG.