

GDR Turbulence  
réunion des 25-26 novembre  
compte rendu du thème "Lagrangien-Eulérien"

## 1 Nicolas Mordant (LPS - ENS Paris) – Mesures lagrangiennes d'accélération

Les mesures ont été effectuées dans le groupe de Eberhard Bodenschatz à Cornell University. L'écoulement étudié est de type Von Kármán entre deux disques contrarotatifs séparés d'un trentaine de centimètres. On éclaire par un laser pulsé un petit volume au centre de la cuve ( $4 \times 4 \times 2 \text{ mm}^3$ ). On fait ensuite l'image de ce volume selon deux directions perpendiculaires et sur 4 détecteurs mesurant ainsi les 3 composantes de la position (fig. 1).

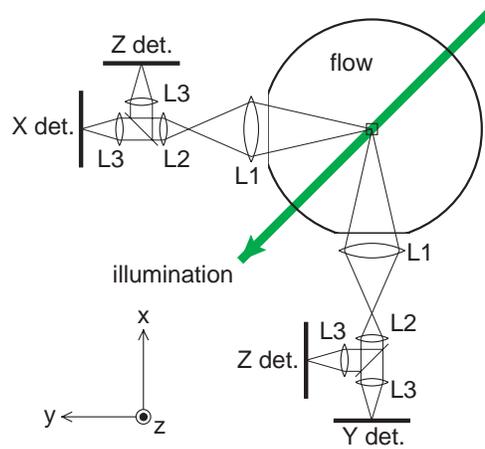


FIG. 1 – Coupe de la cuve dans le plan médian entre les deux disques

On obtient ensuite par double dérivation (et par filtrage passe-bas pour éliminer le bruit) le vecteur accélération et l'amplitude de l'accélération. La PDF d'accélération est très fortement non gaussienne avec des probabilités non négligeables d'observer des événements 40 fois plus intense que la variance d'accélération. La PDF de l'amplitude est relativement proche d'une distribution lognormale. En supposant le vecteur accélération isotrope, on montre que la distribution des composantes et la dépendance statistique entre composantes est également compatible avec une distribution lognormale de l'amplitude de l'accélération.

On s'intéresse également aux statistiques jointes de vitesse et d'accélération. La moyenne des composantes d'accélération conditionnée à une composante quelconque de l'accélération est nulle sauf pour  $\langle a_z | u_z \rangle$ . La variance de l'accélération dépend par contre fortement de la vitesse, variant de plus d'un ordre de grandeur. Un argument dimensionnel du type "Heisenberg-Kolmogorov" suggère une dépendance

$$\frac{\langle a^2 | u \rangle}{\langle a^2 \rangle} \sim \left( \frac{u}{\langle u^2 \rangle^{1/2}} \right)^{9/2}.$$

Un ajustement du type  $\frac{\langle a^2 | u \rangle}{\langle a^2 \rangle} = \alpha + \beta \left( \frac{u}{\langle u^2 \rangle^{1/2}} \right)^{9/2}$  reproduit de façon très satisfaisante les variations observées (fig. 2).

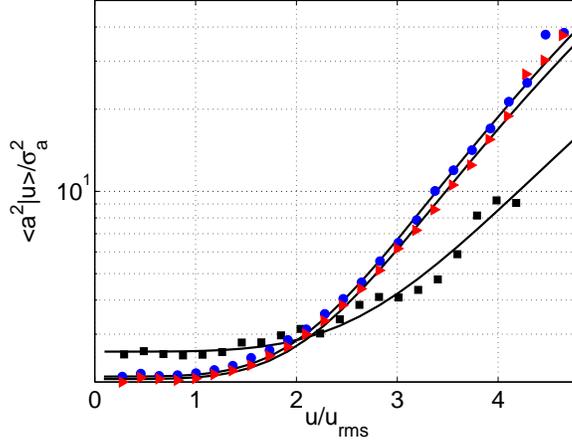


FIG. 2 – Variance d’une composante de l’accélération conditionnée à l’amplitude de la vitesse

A. M. Crawford, N. Mordant & E. Bodenschatz, Joint statistics of the Lagrangian acceleration and velocity in fully developed turbulence, *accepté pour PRL*

## 2 Laurent Chevillard (ENS Lyon) – analyse multifractale de la turbulence eulérienne et lagrangienne

On effectue une compilation de signaux expérimentaux eulériens (soufflerie Modane, jet d’Hélium, jet d’air, DNS) et lagrangiens (Von Karman, DNS) à divers nombre de Reynolds. On s’intéresse au phénomène d’intermittence qui peut être vu comme la déformation de la distribution des incréments de vitesse avec l’échelle (d’espace en eulérien ou de temps en lagrangien). A grande échelle, les PDF sont gaussiennes et se déforment continûment en développant des ailes de plus en plus larges lorsque l’échelle diminue. Une différence notable entre les PDF eulériennes et lagrangiennes est la non symétrie des premières qui présentent une skewness négative. On va décrire cette évolution dans le cadre du formalisme multifractal de Parisi-Frisch (1985) et l’approche du propagateur de Castaing et al (1990). On s’attachera en particulier à décrire les régimes dissipatif intermédiaire et dissipatif profond .

Les incréments de vitesse (eulériens) de vitesse à l’échelle  $l$  s’écrivent en loi de probabilité

$$\delta_l u(x) = \sigma \beta_l(x) \times \delta ,$$

où  $\delta$  est un bruit blanc gaussien et les variables aléatoires intervenant dans le membre de droite sont indépendantes. Dans le régime inertiel, on a  $\beta_l(x) = (l/L)^{h(x)}$ , l’exposant  $h$  étant lui-même une variable aléatoire. La PDF de  $h$  est donnée par le formalisme multifractal,  $\mathcal{P}_l(h) \sim (l/L)^{1-\mathcal{D}^E(h)}$  où  $\mathcal{D}^E(h)$  est le spectre de singularités des profils spatiaux longitudinaux de vitesse eulérienne. On peut transposer directement le formalisme dans le cas lagrangien, c’est-à-dire  $\beta_\tau(t) = (\tau/T)^{h(t)}$ , où  $h$  est lui-même une variable aléatoire de densité  $\mathcal{P}_\tau(h) \sim (\tau/T)^{1-\mathcal{D}^L(h)}$ ,  $\mathcal{D}^L(h)$  étant assimilée dans la limite des échelle infiniment petite au spectre de singularités de la vitesse Lagrangienne . Dans la zone dissipative, on veut généraliser le formalisme et trouver le comportement de  $\beta_l$  et  $\mathcal{P}_l(h)$ . L’échelle dissipative varie avec l’exposant  $h$  selon

$$\eta(h) = L \left( \frac{R_e}{R^*} \right)^{-1/(h+1)}$$

où  $R^* \approx 56$ . Il apparaît alors un exposant caractéristique donnant la limite entre les régimes dissipatif et inertiel  $h^*(l/L, Re) = -1 - \frac{\ln(Re/R^*)}{\ln(l/L)}$  à l’échelle  $l$ . Dans le régime dissipatif les incréments de vitesse sont proportionnels à l’échelle puisque la vitesse est régulière et donc on obtient  $\beta_l(h) = \frac{l}{L} \left( \frac{\eta}{L} \right)^{h-1}$  et  $\mathcal{P}_l(h) \sim \left( \frac{\eta}{L} \right)^{(1-\mathcal{D}^E(h))}$ . Encore une fois le formalisme se transpose naturellement dans le cas lagrangien.

On obtient alors la PDF des incréments de vitesse :

$$P_{\delta_l u}(\delta_l u) = \int dh \frac{1}{\beta_l(h)} \mathcal{P}_l(h) P_{\delta_l u} \left( \frac{\delta_l u}{\beta_l(h)} \right)$$

pour laquelle on prend pour  $h < h^*$  les expressions de  $\beta(h)$  et  $\mathcal{P}_l(h)$  du régime inertiel et pour  $h > h^*$  celles du régime dissipatif.

Il reste à définir le spectre singularité. On prend alors l'expression la plus simple possible

$$\mathcal{D}(h) = 1 - \frac{(h - c_1)^2}{2c_2}.$$

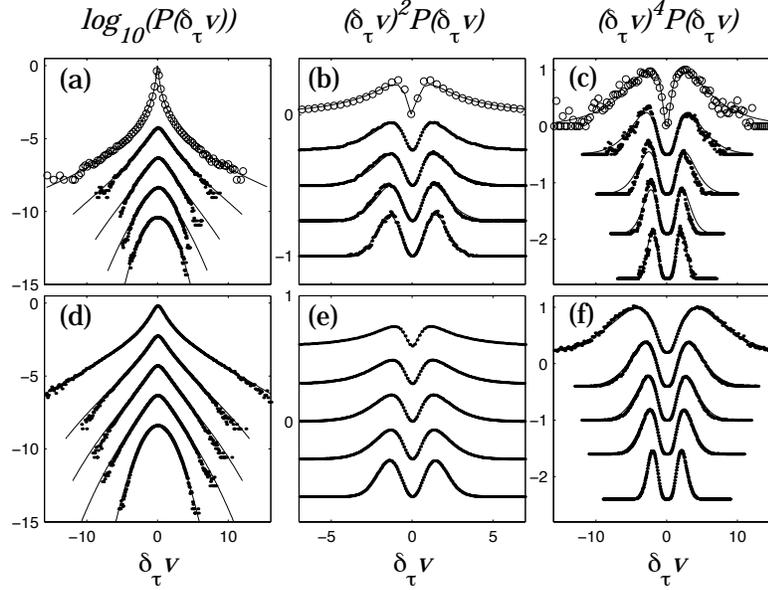


FIG. 3 – PDF des incréments temporels de vitesse pour des signaux lagrangiens expérimentaux (ligne du haut) et numériques (ligne du bas). Les courbes en traits plein correspondent au modèle. Voir références pour les détails.

On reproduit alors de façon quantitative les distributions observées avec  $c_2^L = 0.08 \pm 0.05$  et  $c_1^L = 0.58 \pm 0.05$  dans le cas lagrangien.

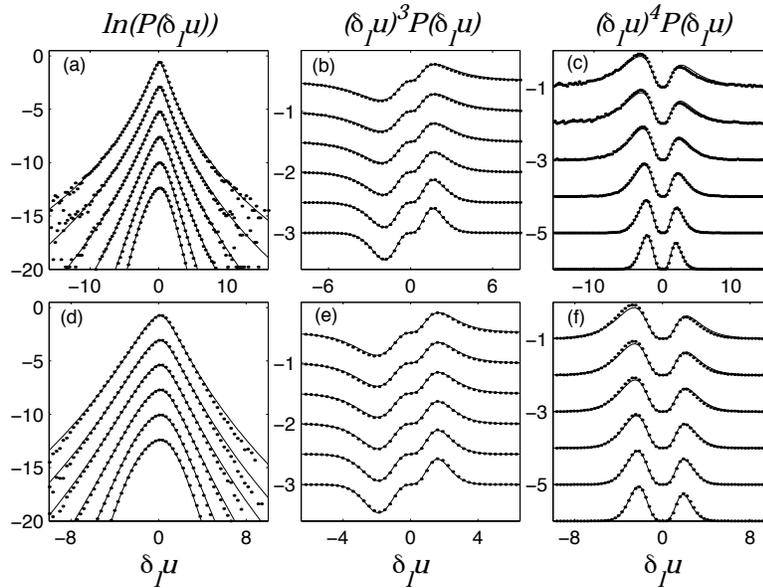


FIG. 4 – PDF des incréments spatiaux de vitesse pour des signaux eulériens expérimentaux (ligne du haut) et numériques (ligne du bas). Les courbes en traits plein correspondent au modèle. Voir références pour les détails.

Le modèle précédent ne prend pas en compte la skewness des PDF eulériennes. Pour cela on écrit que au sens des distributions  $\delta_l u = \beta_l \Delta_l$  où  $\beta$  a été décrit précédemment. On effectue un développement de Edgeworth de la PDF  $P_{\Delta_l}$  en une partie symétrique et gaussienne et une partie antisymétrique. On impose alors de devoir vérifier la relation de Kármán-Howarth et on obtient une valeur de la skewness  $\frac{3\sqrt{2\pi}}{R^*} \approx 0.135$  qui reproduit assez fidèlement la valeur expérimentale de 0.14. En utilisant la forme parabolique du spectre de singularités

précédemment présentée, il est alors possible de décrire de manière quantitative les données eulériennes que nous avons à notre disposition avec  $c_2^E = 0.025 \pm 0.03$  et  $c_1^E = 0.37 \pm 0.05$ .

L. Chevillard, S. G. Roux, E. Lévêque, N. Mordant, J.-F. Pinton & A. Arnéodo (2003), Lagrangian Velocity Statistics in Turbulent Flows : Effects of Dissipation, *Phys. Rev. Lett.* 91 , 214502

L. Chevillard, B. Castaing, E. Lévêque, On the Rapid Increase of Intermittency in the Near-Dissipation Range of Fully Developed Turbulence, cond-mat/0311409, (2003)

L. Chevillard, Description multifractale unifiée du phénomène d'intermittence en turbulence Eulérienne et Lagrangienne, Thèse de Doctorat. Disponible sur le net : [http://tel.ccsd.cnrs.fr/documents/archives0/00/00/74/54/index\\_fr.html](http://tel.ccsd.cnrs.fr/documents/archives0/00/00/74/54/index_fr.html)

### 3 Philippe Gervais (LEGI - Grenoble) – Mesures lagrangiennes dans un jet d'air turbulent

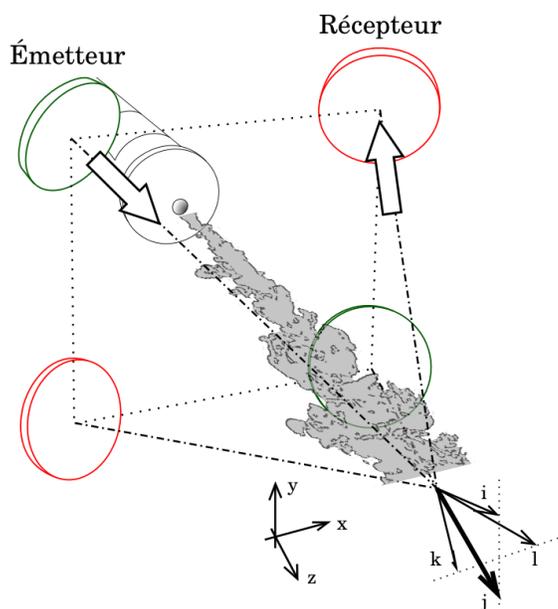


FIG. 5 – Dispositif expérimental

On cherche à effectuer des mesures lagrangiennes de vitesse dans un jet turbulent. Le dispositif expérimental est schématisé sur la figure 5. On dispose de deux émetteurs et deux récepteurs ultrasonores. On injecte des bulles de savon gonflées à l'hélium (de façon à ajuster leur densité effective à celle de l'air) dans le jet. Ces bulles diffusent les ultrasons et on extrait le décalage Doppler des signaux reçus pour obtenir la vitesse des bulles. En utilisant les quatre combinaisons émetteur/récepteur possibles (et deux fréquences d'émission), on mesure ainsi la projection du vecteur vitesse sur quatre vecteurs distincts à partir desquels on peut retrouver les trois coordonnées cartésiennes de la vitesse. La zone de mesure lagrangienne est l'intersection des quatre faisceaux acoustiques et englobe quasiment toute la section du jet.

Les densités de probabilité des trois composantes de vitesse sont présentées sur la figure 6. Les trois courbes sont proches d'une gaussienne autour de leur maximum et les écarts dans les ailes sont dues à des causes expérimentales. La densité de la composante axiale est comparée à la densité eulérienne prise par un fil chaud placé au centre de la zone de mesure. La valeur moyenne est plus faible du fait de l'inhomogénéité de la zone de mesure lagrangienne (explorée totalement par les bulles tandis que le fil chaud est fixe). De même la variance est légèrement différente. En étudiant la densité conjointe des deux composantes transverses de la vitesse, on observe que les deux composantes sont indépendantes statistiquement.

L'autocorrélation des trois composantes de vitesse – après compensation de l'inhomogénéité de la vitesse moyenne – est montrée sur la figure 7. Le temps caractéristique de la composante axiale est plus long que celui des composantes transverses. Les temps caractéristiques lagrangiens sont également plus long que le temps caractéristique de la vitesse eulérienne. Les autocorrélations lagrangiennes sont assez proches d'une décroissance

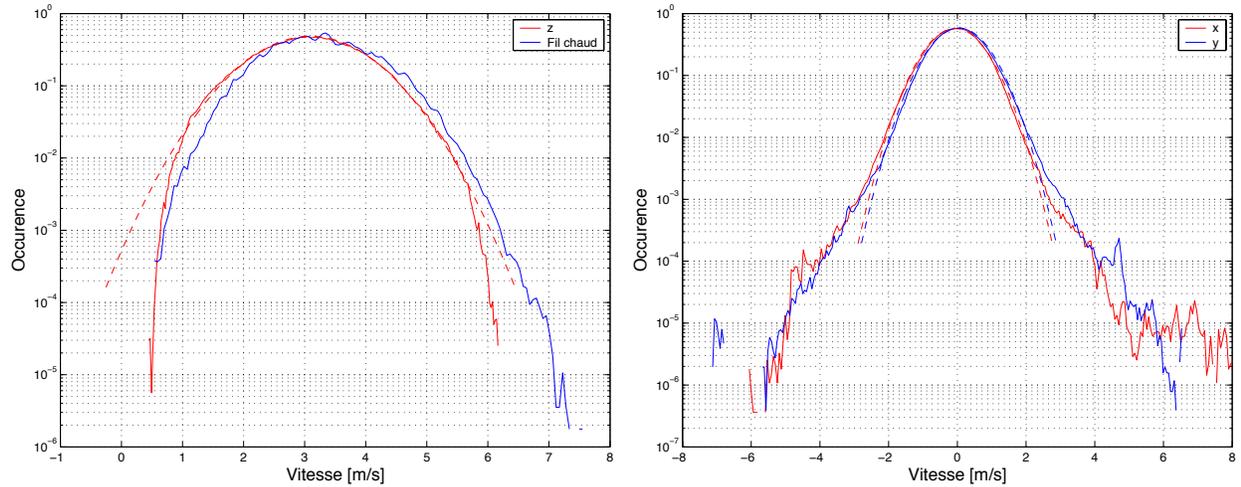


FIG. 6 – Densité de probabilité des composantes de vitesse axiale (à gauche) et transverses au jet (à droite). A gauche, la densité lagrangienne (rouge) est comparée à la densité eulérienne fournie par un fil chaud placé au centre de la zone de mesure.

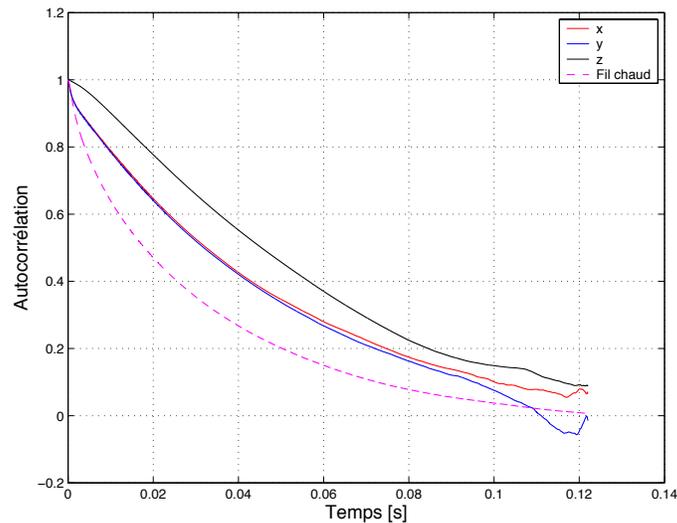


FIG. 7 – Dispositif expérimental

exponentielle. Finalement, en corrélant les signaux de vitesse lagrangienne axiaux avec celui du fil chaud placé à diverses positions en aval de la zone de mesure lagrangienne, on observe une corrélation temporelle. Le décalage temporel du maximum correspond au temps d'advection par l'écoulement moyen. Ces corrélations sont probablement dues aux structures à grand échelle du jet.

C. Poulain, N. Mazellier, P. Gervais, Y. Gagne, C. Baudet, Spectral vorticity and lagrangian velocity measurements in turbulent jets, *Flow, turbulence and combustion* 72 :245-271, 2004

#### 4 Nicolas Lemoine (LPTP - Polytechnique) – Fonction caractéristique du déplacement turbulent dans un plasma magnétisé

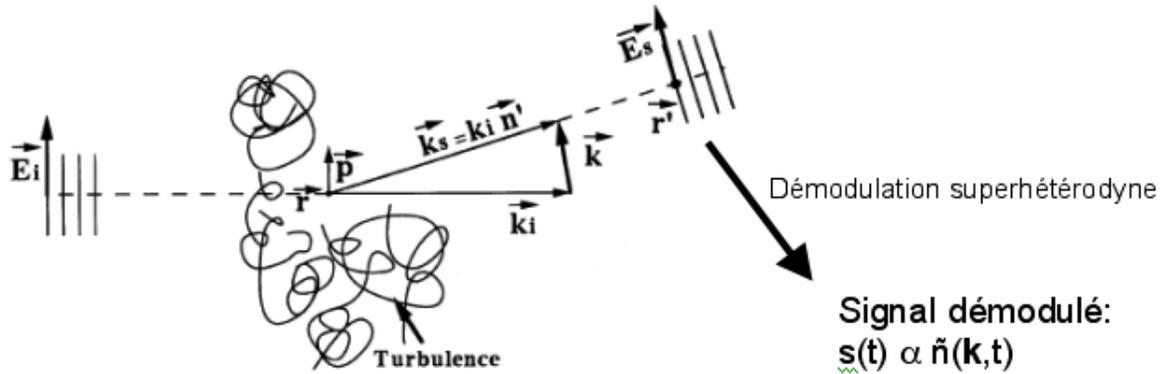


FIG. 8 – Principe

Par un dispositif de diffusion de la lumière d'un laser  $\text{CO}_2$ , nous avons accès à la transformée de Fourier spatiale des fluctuations de densité dans un plasma d'argon magnétisé. Ce signal est résolu en temps grâce à un dispositif de démodulation superhétérodyne. La fonction d'autocorrélation temporelle de ce signal peut être identifiée à la fonction caractéristique du déplacement, c'est-à-dire la transformée de Fourier de la distribution de probabilité du déplacement  $P(\Delta, t)$  :

$$C(k, t) = \langle e^{-ik \cdot \Delta(t)} \rangle = \int P(\Delta, t) e^{ik\Delta} d\Delta.$$

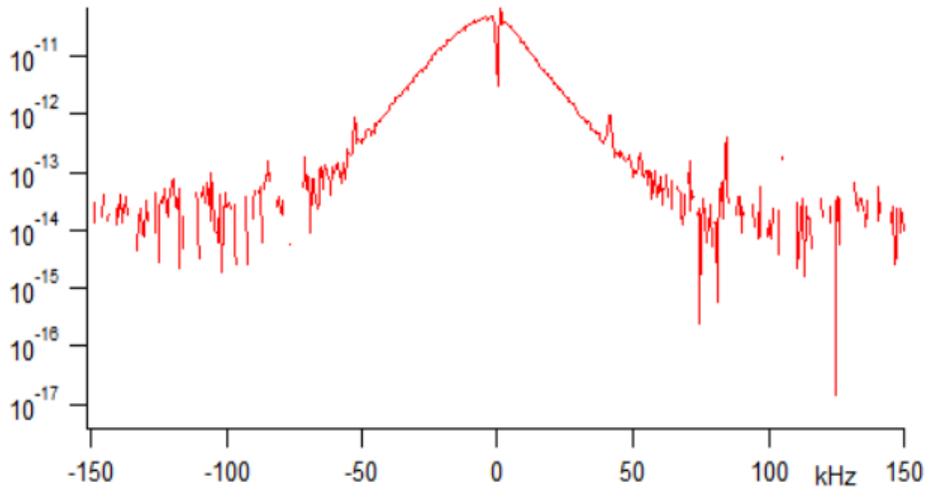


FIG. 9 – Densité spectrale du signal démodulé

Les expériences sont réalisées dans la machine ToriX<sup>1</sup> du LPTP. La densité spectrale typiquement obtenue après soustraction du bruit est représentée en fig. 9. A partir de celle-ci, on calcule la fonction d'autocorrélation du signal. De tels signaux sont enregistrés pour différents angles (donc pour différentes valeurs de  $k$ ) lors d'expériences reproductibles.

Nous nous sommes demandé si  $P(\Delta, t)$  était une gaussienne. Nous avons pour cela tracé  $-\log C(k, t_0)$  en fonction de  $k$ ,  $t_0$  étant un paramètre (cf. fig. 10). Nous avons alors observé la chose suivante. Aux temps les plus courts (jusqu'à un peu moins de  $5 \mu\text{s}$ ) on a bien une parabole (fig. 11).  $P(\Delta, t)$  est alors bien une gaussienne.

<sup>1</sup> Les paramètres typiques de la machine et du plasma sont les suivants. Grand rayon du tore,  $R=0.6$  m, petit rayon,  $r=0.1$  m, densité,  $n \sim 10^{17} \text{ m}^{-3}$ , température électronique  $T_e \sim 2$  eV, température ionique  $T_i \sim T$  ambiante, champ magnétique toroïdal,  $B_T < 0.36$  T, un champ magnétique vertical peut être ajouté ( $B_V = 1.8$  mT) pour stabiliser le plasma. Le plasma d'argon est obtenu avec un filament de tungstène chauffé à blanc et mis à un potentiel négatif par rapport à la terre (-80 V).

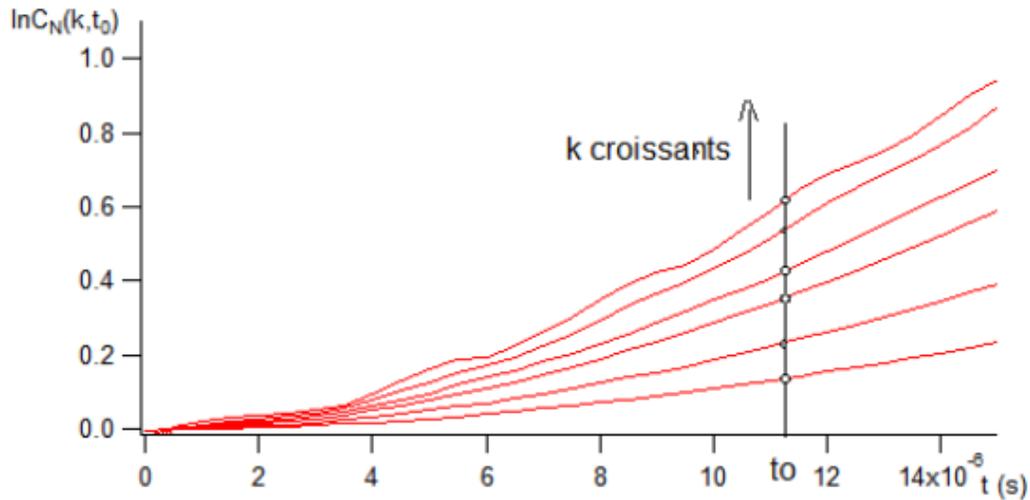


FIG. 10 –  $\log C(k, t)$  pour différents  $k$  entre 800 et 1800  $\text{m}^{-1}$ .

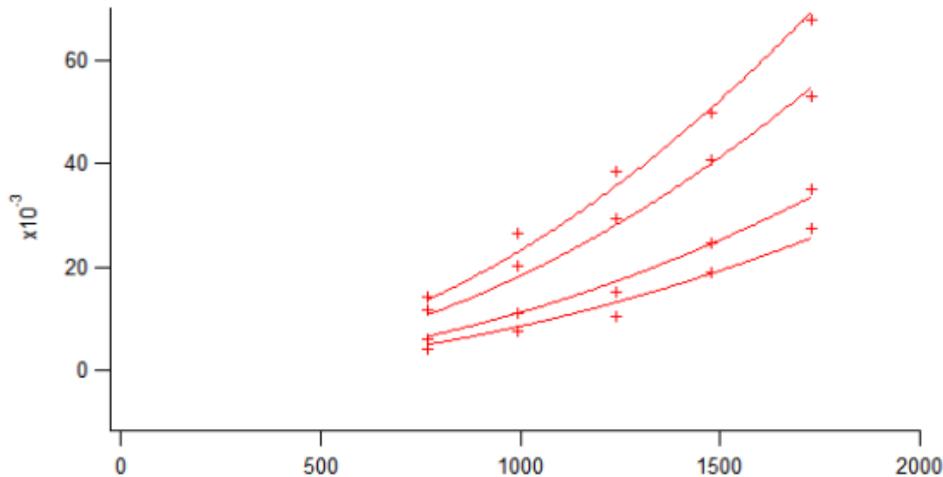


FIG. 11 –  $\log C(k, t_0)$  pour  $t_0 = 2, 2.5, 3.5$  et  $4 \mu\text{s}$

On force le fit à passer par l'origine avec une pente nulle en 0. En effet la fonction d'autocorrélation normalisée vaut toujours 1 en zéro, quelque soit  $k$  et donc son log est toujours égal à 0. Pour ce qui est de la pente en zéro, elle est liée à l'existence d'un déplacement moyen qui est ici nul : les spectres expérimentaux sont bien centrés en zéro.

En revanche aux temps plus longs, on observe davantage une dépendance linéaire, la droite de régression ne passe pas par l'origine (fig. 12) mais laisse la possibilité d'une pente nulle à l'origine. La pente de ces droites est une quantité qui croît linéairement avec le temps  $t_0$ . Une croissance linéaire de  $\log C(k, t_0)$  signifie que la distribution de probabilité pour le déplacement devient plus large que la gaussienne. Si  $\log C(k, t_0)$  était une droite pour toutes les valeurs de  $k$ , on aurait même une lorentzienne. Une interprétation de ces résultats en terme de vol ou de marches de Lévy est à l'étude.

Proceedings de l'ICPP, Nice, octobre 2004. <http://hal.ccsd.cnrs.fr/ccsd-00003149>

La diffusion collective de la lumière par les gaz turbulents, *Images de la physique* 2002 p. 14

*Lévy Flights and Related Topics in Physics*, Michael F. Shlesinger, George M. Zaslavsky, Uriel Frisch

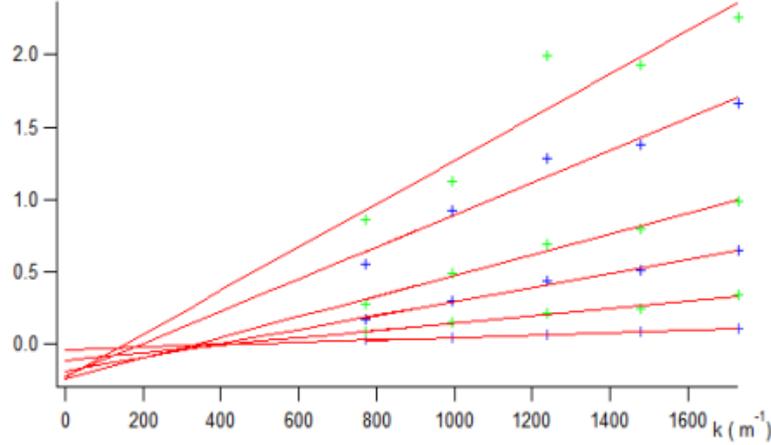


FIG. 12 –  $-\log C(k, t_0)$  pour  $t_0 = 5, 10, 15, 20, 30$  et  $40 \mu s$

## 5 Aurélien Garcia (CORIA - Rouen) - Analyse lagrangienne du comportement du gradient d'un scalaire passif subissant des rotations et des déformations

La cascade d'un scalaire passif vers les petites échelles dépend fortement de la dynamique du gradient scalaire  $\nabla q$ . En particulier, la topologie de l'écoulement joue un rôle important sur les propriétés d'orientation du gradient (Ashurst *et al.*). Dans les zones dominées par la déformation, le gradient tend à s'aligner avec la direction de compression et dans les zones dominées par la vorticité, le gradient est en rotation. En turbulence 2D, des simulations numériques montrent que le gradient s'aligne en fait avec des directions déterminées par la compétition entre la rotation effective et l'étirement (Lapeyre *et al.*).

Lapeyre *et al.* proposent un modèle de dynamique du scalaire. Ils obtiennent une équation d'évolution pour l'orientation du gradient en négligeant la diffusion :

$$\frac{d\zeta}{dt} = \sigma(r - \cos\zeta)$$

où  $r = \frac{\omega + 2d\phi/dt}{\sigma}$ . Dans l'équation  $\omega$  est la vorticité,  $\phi$  est la direction de compression et  $\sigma$  le taux de déformation. Dans les régions dominées par la déformation (régions hyperboliques :  $|r| < 1$ ),  $\nabla q$  converge exponentiellement vite vers la direction asymptotique  $\zeta_- = -\arccos(r)$ . Dans les régions dominées par la rotation effective (régions elliptiques :  $|r| > 1$ ), on est amené à prédire une rotation continue du vecteur  $\nabla q$  mais le gradient s'aligne avec l'orientation spécifique  $\zeta_{prob}$  qui correspond au taux de rotation minimal. Ces conclusions ont été validées dans le cas d'une DNS de turbulence 2D par Lapeyre.

Dans la présente étude, on s'intéresse au cas d'une allée de Bénard-Von K rm n derrière un cylindre dans laquelle on injecte de la chaleur à l'aide d'une fine ligne source de chaleur située au centre de l'allée de tourbillon. On effectue une analyse lagrangienne de l'évolution du gradient du scalaire.

Dans cet écoulement laminaire, périodique et bidimensionnel, les champs de vitesse et de température sont mesurés localement et simultanément par référence de phase. La figure 13 représente un instantané des champs de température. A partir du champ de vitesse instantané, on calcule les trajectoires lagrangiennes des gradients de température par suivi numérique de particules fictives.

A partir des données lagrangiennes, on calcule les statistiques d'alignement du gradient de température avec les directions imposées par l'écoulement en fonction de la topologie de l'écoulement. Dans les régions hyperboliques (fig. 14), la distribution d'orientation du gradient dépend de la distance à la source. Proche de la source (fig. 14-a), la distribution de  $\zeta - \zeta_-$  présente un maximum en 0 signifiant un alignement des gradients avec la solution asymptotique. La distribution de  $\zeta - \zeta_c$  montre un alignement préférentiel du gradient  $\nabla q$  dans une direction à  $\pi/10$  de l'axe de compression. Cet alignement privilégié semble d  aux conditions particulières d'injection de la chaleur. La figure (fig. 14)-b) montre que les gradients du scalaire, en s'éloignant de la source de chaleur, perdent leur orientation privilégiée à  $\pi/10$  de la direction compressionnelle et tendent à s'aligner préférentiellement avec la direction compressionnelle en contradiction avec les prédictions de Lapeyre.

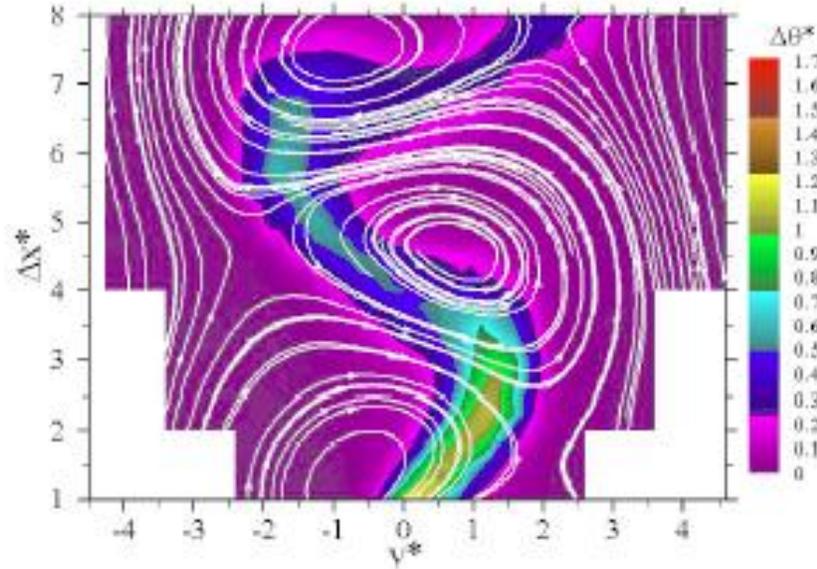


FIG. 13 – Instantané des champs de température (codée en niveaux de couleurs) et de vorticité (contours)- (Thèse de Godard G.)

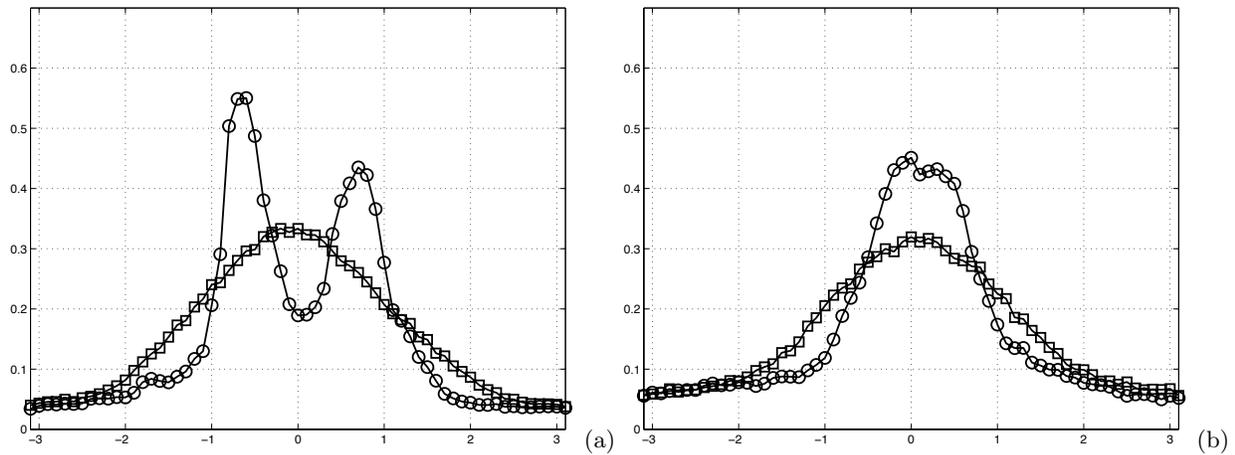


FIG. 14 – Distribution de l'orientation du gradient dans le cas hyperbolique. (a) : proche de la source. (b) : loin de la source. ○  $\zeta - \zeta_c$ ; □  $\zeta - \zeta_-$

Dans les zones elliptiques les distributions de  $\zeta - \zeta_c$  et  $\zeta - \zeta_{prob}$  sont equiprobables signifiant que les gradients n'ont pas d'alignement privilégié avec une direction particulière, à nouveau en contradiction avec le modélisation de Lapeyre *et al.*

Godard G., *Etude expérimentale de la structure du champ d'un scalaire passif dans une allée de BVK*, thèse Université de Rouen (2001)

Ashurst, W.T and Kerstein, A.R and Kerr, R.M. and Gibson, C.H., Alignment of vorticity and scalar gradient with strain rate in simulated Navier-Stokes turbulence, *Phys. Fluids* **30**(1987)

Lapeyre, G. and Hua, B.L. and Klein, P., Dynamics of the orientation of active and passive scalars in two-dimensional turbulence, *Phys. Fluids* **13** (2001)

Lapeyre, G. and Klein, P. and Hua, B.L., Does the tracer gradient vector align with the strain eigenvectors in 2 D turbulence, *Phys. Fluids* **11** (1999)

## 6 Nicolas Mazellier (LEGI - Grenoble) – Mesures spectrales de vorticité

Les ultrasons peuvent être utilisés pour avoir accès à la vorticité. En effet une expérience de diffusion du son fournit les composantes spectrales de vorticité au vecteur d'onde de diffusion (déterminé par la géométrie de l'expérience et la fréquence des ultrasons). On peut ainsi étudier la dynamique de la vorticité dans l'espace spectral. Le vecteur d'onde étudié peut être modifié en changeant la géométrie de l'expérience (angle émission/réception) et/ou la fréquence d'émission. On s'intéresse ici à un jet rond turbulent d'air dont la buse a un diamètre  $d$  de 2,25cm.

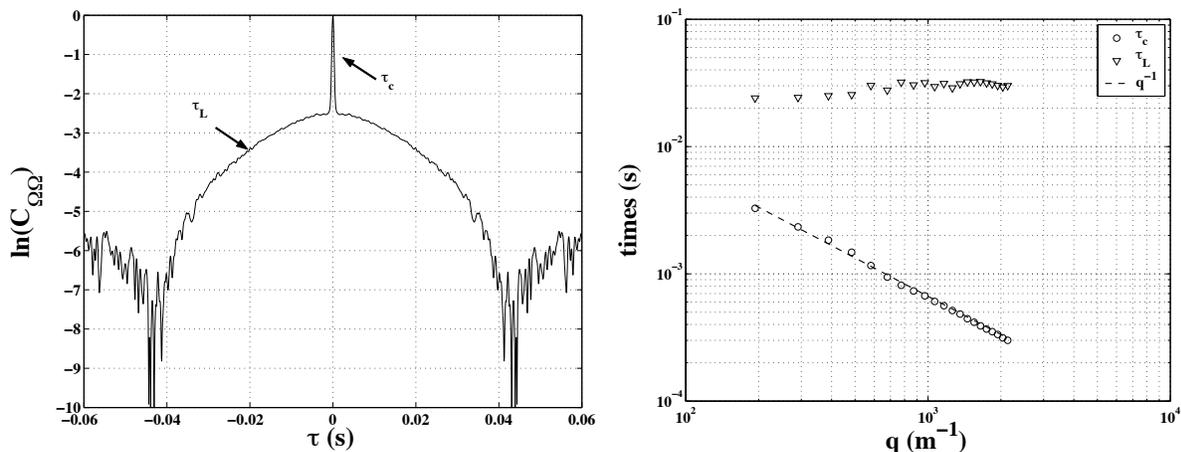


FIG. 15 – Autocorrélation temporelle d'une composante spectrale de vorticité (*gauche*) et évolution des deux temps caractéristiques (*droite*)

L'autocorrélation (temporelle) de la composante spectrale de vorticité contient deux temps caractéristiques (fig. 15). Ces deux temps ont une dépendance différente avec l'échelle d'analyse (fig. 15). Le temps court dépend fortement du vecteur d'onde et décroît en inverse du nombre d'onde :  $\tau_c \propto q^{-1}$ . Au contraire, le temps long est indépendant de l'échelle  $\tau_L \propto q^0$ . On peut dire qu'on observe un phénomène d'intermittence dans le sens où le comportement relatif de ces deux temps caractéristiques varie différemment avec l'échelle d'analyse.

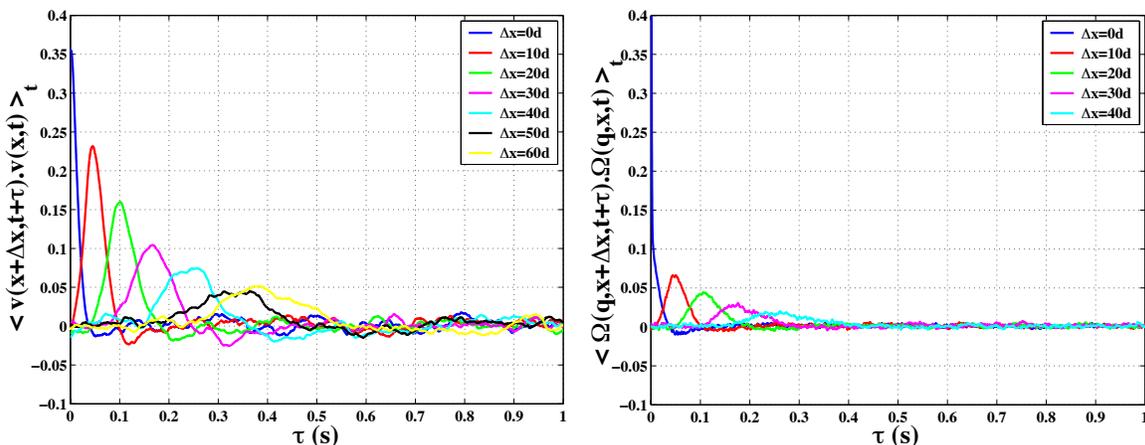


FIG. 16 – Intercorrélation spatio-temporelle. A gauche, cas de deux fils chauds, à droite cas de la vorticité.

On effectue également des mesures de corrélation spatio-temporelles en corrélant temporellement les signaux obtenus en plusieurs endroits du jet. Dans le cas de deux fils chauds placés à des distances différentes en aval du jet, on observe un pic de corrélation dont le décalage temporel est d  à l'advection par le jet et dont le maximum décroît avec la distance entre les fils (fig. 16).

Si l'on effectue le même type de mesure avec la vorticité en décalant les zones de mesure acoustique, on observe que la décroissance des pics est plus rapide suggérant une perte de mémoire plus rapide que pour la vitesse. Si l'on regarde de la même façon les interactions entre échelles, on remarque que la présence du temps caractéristique court disparaît dès que les zones de mesures sont légèrement décalées et que seule demeure

la dynamique la plus lente. Ceci suggère que la dynamique rapide (temps caractéristique court) est liée à un phénomène local tandis que la dynamique lente est non locale et liée à la cascade multiplicative.

Finalement, on peut extraire du signal de fil chaud un ersatz de dissipation en calculant le gradient. On retrouve alors la même dynamique temporelle que pour la vorticité avec la présence de deux temps caractéristiques. On observe aussi la disparition de la dynamique rapide dès que l'on étudie les corrélations spatio-temporelles. La dynamique aux temps longs est la même que celle de la vitesse.

## 7 Emmanuel Lévêque (ENS Lyon) – Quelle trace de l'irréversibilité temporelle dans les signaux lagrangiens ?

La trace de l'irréversibilité temporelle est bien connue dans le cas eulérien et est due à la relation de K rm n-Howarth. Elle se retrouve dans l'asymétrie des PDF des incréments longitudinaux de vitesse (eulérienne). Par contre les PDF des incréments temporels de vitesse lagrangienne sont symétriques et il faut chercher ailleurs la trace de l'irréversibilité temporelle. N. Mordant a observé que les PDF des incréments temporels du carré de la vitesse ( nergie cinétique de la particule) sont légèrement asymétriques mais la qualité des signaux expérimentaux est insuffisante pour en tirer une certitude.

Dans la recherche d'une relation analytique, on est aidé dans le cadre eulérien par le fait que la vitesse et le gradient de pression ne sont pas corrélés. Au contraire, dans l'approche lagrangienne, le terme de pression est la composante principale de l'accélération et pilote tout. Il sera alors peut-être plus fructueux de chercher une équation impliquant la vorticité et la vitesse en s'appuyant par exemple sur une équation du type

$$\frac{3}{2} \frac{\langle \delta \omega(\tau)^2 \rangle}{d\tau} = -\langle \omega(x, t|t + \tau) \cdot (\omega(x, t|t) \cdot \nabla) u(x, t|t) \rangle$$

Si l'on regarde les corrélations temporelles, accélération/vitesse pour une particule de fluide donnée (en  $x$  à l'instant  $t$ ) on a

$$\frac{3}{2} \frac{\langle \delta v(\tau)^2 \rangle}{d\tau} = -\langle u(x, t|t + \tau) \nabla p(x, t) \rangle + \nu \langle u(x, t|t + \tau) \Delta u(x, t) \rangle.$$

On observe dans des simulations numériques (DNS) que le terme visqueux est toujours négatif. Il correspond au taux de dissipation moyen pour  $\tau = 0$  puis croît de façon monotone vers 0. Le terme de pression a une dynamique plus complexe. A temps nul, il est nul montrant que dans la DNS, le terme de pression ne travaille pas et c'est la force d'entraînement des grandes échelles (forçage, non écrit dans l'équation ci-dessus) qui compense la dissipation. Puis le terme de pression croît rapidement sur un temps de l'ordre du temps de Kolmogorov pour décroître plus lentement vers 0 selon une loi a priori plus complexe qu'une simple décroissance exponentielle.

A défaut de relation analytique, on se limite à une approche phénoménologique. On veut séparer les contributions de la dynamique liées au travail des forces de celles liées à la rotation. Pour cela on projette les incréments temporels de vitesse lagrangienne sur un vecteur "tangent"

$$\delta v_{//}(\tau) = \delta \mathbf{v}(\tau) \cdot \mathbf{T}(\tau)$$

avec  $\delta \mathbf{v}(\tau) = \mathbf{v}(t + \tau) - \mathbf{v}(t)$  et  $\mathbf{T}(\tau) \propto \int_t^{t+\tau} \mathbf{v}(s) ds$ . Dans la limite  $\tau$  tendant vers 0,  $\mathbf{T}$  tend vers le vecteur tangent à la trajectoire et  $\frac{\delta v_{//}}{\tau} \rightarrow \dot{s}$  ou  $s$  est l'abscisse curviligne. On peut définir un incrément transverse de vitesse  $\delta v_{\perp}(\tau) = \|\delta \mathbf{v}(\tau) - \delta v_{//}(\tau) \mathbf{T}(\tau)\|$  qui tend vers l'accélération centrifuge quand  $\tau$  tend vers 0.

On utilise des données issues de DNS pour observer le comportement de ces deux quantités. La distribution de  $\delta v_{//}$  est asymétrique avec une skewness négative. Le moment d'ordre 3 évolue avec l'échelle temporelle  $\tau$  (fig. 17). Aux petits temps, le comportement est régulier avec une évolution en  $\tau^3$  puis on observe une transition vers un comportement linéaire en  $\tau$  dans un régime inertiel. Pour étudier de façon plus fine l'évolution des distributions avec l'échelle, on calcule le cumulatif d'ordre 2 des incréments de vitesse (fig. 18). On observe que le cumulatif de l'incrément de vitesse parallèle varie moins fortement que l'incrément transverse. En particulier, la forte croissance observée quand  $\tau$  diminue est observée pour des valeurs de  $\tau$  plus élevées pour  $\delta v_{\perp}$  que pour  $\delta v_{//}$ . L'influence de la rotation se fait sentir pour des échelles plus élevées sur la partie transverse des incréments de vitesse et elle occulte alors les effets balistiques.

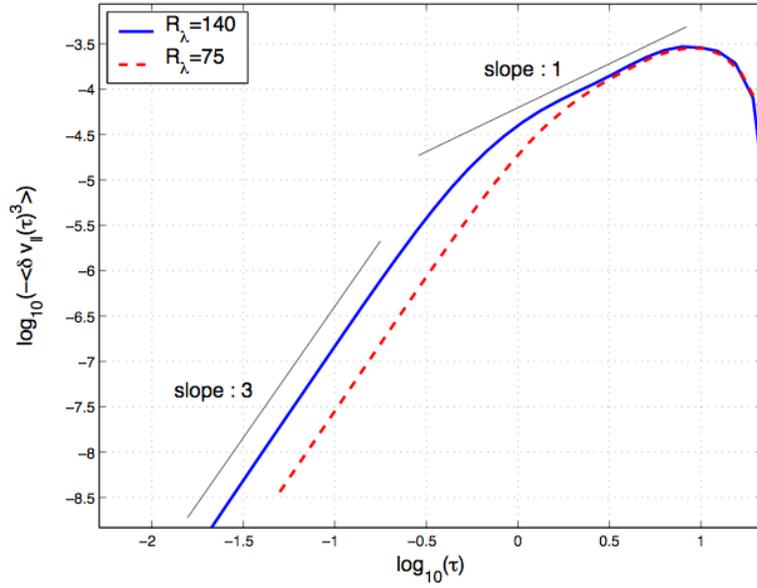


FIG. 17 – Evolution de la skewness de  $\delta v_{||}$  avec l'échelle

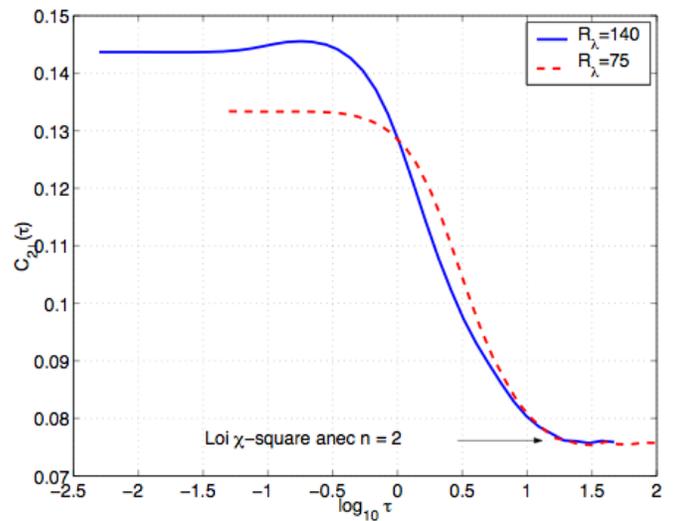
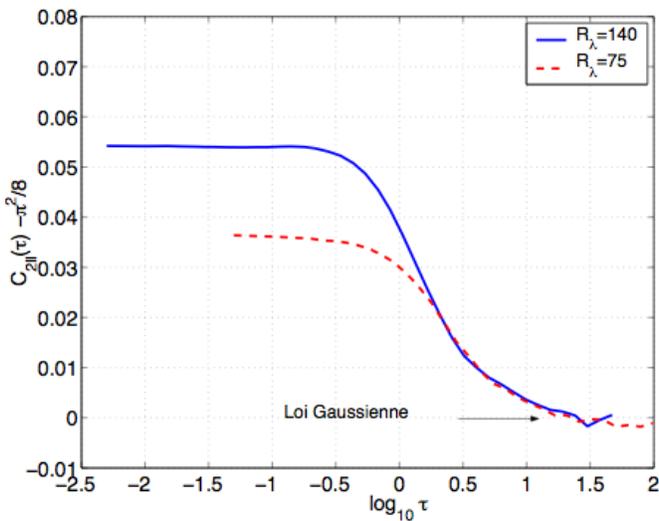


FIG. 18 – Evolution des cumulants des incréments de vitesse avec l'échelle. A gauche incréments longitudinaux, à droite incréments transverses.